fernmeldelehrling.de

RECHENLEHRE

RECHNEN - RAUMLEHRE - ALGEBRA

AUFGABEN MIT LÖSUNGEN
PRÜFUNGSAUFGABEN

HERAUSGEBER: DEUTSCHE POSTGEWERKSCHAFT - HAUPTVORSTAND
FRANKFURT (MAIN)

fernmeldelehrling.de

„Handbuch für den einfachen Postdienst"

4 neuartige und preiswerte Lehr- und Lernwerke für Postjungboten, Postschaffneranwärter und Postfacharbeiter

Band 1a — Praktischer Postdienst

Briefkastenleerung, Aufstellen, Stempeln und Verpacken der Sendungen; Fertigen von Beuteln; Bahnhofsdienst; Übergabe der Sendungen; Inhaltsfeststellung; Arbeiten in der Briefpostverteilstelle und an der Schließfachanlage; Paketannahme- und Paketausgabedienst (einschl. Selbstbucherverfahren); Annahme von Einschreibsendungen; Hilfsdienst in der Landpoststelle

Umfang etwa 184 Seiten — **Preis 2,60 DM**

Band 1b — Praktischer Postdienst

Die Vereinigte Zustellung (einschl. der Aushändigungsbestimmungen); Besonderheiten bei der Brief-, Geld-, Paket- und Landzustellung; Briefe mit Zustellungsurkunde; Postaufträge; Aufgaben des Zustellers im Postsparkassendienst

Umfang etwa 214 Seiten — **Preis 2,60 DM**

Band 2 — Versandvorschriften — Erdkunde — Allgemeines Prüfungswissen

Versandvorschriften einschl. Gebührenkunde, soweit sie dem Beamten des einfachen Postdienstes bekannt sein müssen. Wesentliches aus der allgemeinen Erdkunde mit mehreren zweifarbigen Karten und erläuterndem Text

Allgemeines Prüfungswissen, und zwar: Prüfung für den einfachen Postdienst — Vom Wesen und Wirken der DBP — Gliederung der DBP — Die Bundesrepublik Deutschland — Ich werde Beamter — Folgen von Dienstpflichtverletzungen — Wichtiges aus dem Postgesetz — Aus der deutschen Postgeschichte

Umfang etwa 152 Seiten — **Preis 3,— DM**

Band 3 — Fragen und Antworten — Anleitungen für die Formblattsammlung — Prüfungsarbeiten

Hier wird in rund 500 Fragen und Antworten der gesamte Lehrstoff der Bände 1a, 1b und 2 wiederholt. Der Band enthält weiter Anweisungen für das Anlegen einer umfangreichen Formblattsammlung und die entsprechenden Begleittexte. Ferner werden Fingerzeige für das Anfertigen von Prüfungsarbeiten gegeben. Der Band enthält außerdem Musterausarbeitungen

Umfang etwa 192 Seiten — **Preis 2,60 DM**

Sonderband — Postordnung in Frage und Antwort
Umfang 276 Seiten — **Preis 3,60 DM**

Deutsch und Rechenlehre — siehe 3. Umschlagseite —

Sämtliche Lehrwerke können bestellt werden bei

Deutsche Postgewerkschaft, Verlag GmbH

(16) Frankfurt (Main) - Savignystraße 43

RECHENLEHRE

RECHNEN - RAUMLEHRE - ALGEBRA

AUFGABEN MIT LÖSUNGEN
PRÜFUNGSAUFGABEN

2. VERBESSERTE UND ERWEITERTE AUFLAGE

VERLAG: DEUTSCHE POSTGEWERKSCHAFT - VERLAG GmbH
FRANKFURT (MAIN) - SAVIGNYSTRASSE 43

fernmeldelehrling.de

Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet.

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

EINFÜHRUNG 5

RECHNEN 6

A. **Allgemeines** 6

B. **Römische Zahlen** 6

C. **Ganze Zahlen und Brüche** 7
- I. Ganze Zahlen 7
- II. Brüche 8

D. **Die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und Zehnerbrüchen** (Dezimalbrüchen) 9
- I. Das Zusammenzählen 9
- II. Das Abziehen 12
- III. Das Malnehmen 15
- IV. Das Teilen 18

E. **Die vier Grundrechnungsarten mit gewöhnlichen Brüchen** 22
- I. Einführung in die gewöhnliche Bruchrechnung 22
- II. Die Teilbarkeit der Zahlen — Primzahlen 24
- III. Der größte gemeinsame Teiler 24
- IV. Das kleinste gemeinsame Vielfache (Hauptnenner) 25
- V. Das Zuzählen (Addieren) von gewöhnlichen Brüchen 26
- VI. Das Abziehen (Subtrahieren) von gewöhnlichen Brüchen 28
- VII. Das Malnehmen (Multiplizieren) von gewöhnlichen Brüchen 30
- VIII. Das Teilen (Dividieren) von gewöhnlichen Brüchen 31
- IX. Angewandte Aufgaben 33

F. **Die Dreisatzrechnung** 34
- I. Der einfache Dreisatz mit geradem Verhältnis 35
- II. Der einfache Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis 37
- III. Der zusammengesetzte Dreisatz 39

G. **Die Prozentrechnung** 40
- I. Die allgemeine Prozentrechnung 42
- II. Die Promillerechnung 46
- III. Die Brutto-, Netto- und Tararechnung 47
- IV. Die Gewinn- und Verlustrechnung 48
- V. Die Rabatt- und Skontorechnung 49
- VI. Die Zins- und Diskontrechnung 50

H. **Die Verhältnis- und Gesellschaftsrechnung** 58
- I. Die Verhältnisrechnung 58
- II. Die Gesellschaftsrechnung (Verteilungsrechnung) 59

J. **Die Durchschnitts- und Mischungsrechnung** 60
- I. Die Durchschnittsrechnung 60
- II. Die Mischungsrechnung 60

RAUMLEHRE 64

A. **Flächenberechnung** 64
- I. Grundbegriffe 64
- II. Linien 64

fernmeldelehrling.de

Seite

III. Winkel 65
IV. Geradlinige Flächen 65
V. Der Kreis 79
VI. Das Ausziehen der Quadratwurzel 83
VII. Der pythagoreische Lehrsatz 90

B. Körperberechnung 92
I. Allgemeines 92
II. Der Würfel 92
III. Das Prisma 96
IV. Die Walze 99
V. Die Pyramide 100
VI. Der Kegel 103
VII. Die Kugel 105

ALGEBRA 107

A. Die allgemeinen Zahlen 107

B. Die Beziehungen der allgemeinen Zahlen und ihre Auswertung 107

C. Die vier Grundrechnungsarten mit allgemeinen Zahlen 108
I. Die Addition 108
II. Die Subtraktion 108
III. Die algebraische Summe 109
IV. Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen 109
V. Das Klammerrechnen 110
VI. Die Multiplikation 111
VII. Die Multiplikation von Summen und Differenzen 111
VIII. Die Division 113
IX. Die Division von Summen und Differenzen 113

D. Das Rechnen mit Potenzen 114

E. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten 118

F. Algebraische Aufgaben 120

G. Aufgaben aus der Fernmeldetechnik 124

MASZE, GEWICHTE UND MÜNZEN 126
Längenmaße 126
Flächenmaße 126
Körpermaße 127
Hohlmaße 127
Gewichte 127
Zählmaße 128
Papiermaße 128
Zeitmaße 128
Technische Maße 129
Münzen (Währungen) 129
Übersicht über das metrische Maß- und Gewichtssystem 129
Sortenverwandlung 130

LÖSUNGEN 132

PRÜFUNGSAUFGABEN 149
I. Postdienst 149
II. Fernmeldedienst 152

Lösungen zu den Prüfungsaufgaben 154

EINFÜHRUNG

Diese „Rechenlehre" soll dem, der sich beruflich weiterbilden oder auf eine Eignungsfeststellung bzw. auf eine Fachprüfung vorbereiten will, die Möglichkeit geben, seine vorhandenen Kenntnisse wieder aufzufrischen und zu vertiefen. Das Heft will außerdem dem Fortgeschrittenen eine wertvolle Hilfe bei der Vervollkommnung seiner mathematischen Kenntnisse sein.

Das Buch ist so aufgebaut, daß es sowohl als Lehrbuch für den Unterricht in den Fachschulen als auch für den Selbstunterricht benutzt werden kann. Es umfaßt im einzelnen folgende Abschnitte:

Rechnen	die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und Brüchen, Dreisatzrechnung, Prozentrechnung, Zinsrechnung usw.
Raumlehre	Flächen- und Körperberechnung
Algebra	Einführung in das Buchstabenrechnen

Das sind im wesentlichen die Gebiete der Rechenlehre, deren Kenntnis von einem Volksschüler verlangt wird, der die 8. Klasse erfolgreich besucht hat. Die Einführung in das Buchstabenrechnen (Algebra) wurde darüber hinaus auf Wunsch der Kollegen der technischen Dienstzweige aufgenommen.

Für den Selbstunterricht ist das Heft besonders geeignet, da es die einzelnen Rechenarten klar, anschaulich und ausführlich behandelt und allgemeinverständlich erläutert. Eine große Zahl von Übungs- und angewandten Aufgaben ermöglicht es jedem, selbst festzustellen, inwieweit er die betr. Rechnungsart verstanden hat. Besonders wertvoll wird das Buch dadurch, daß **in einem Anhang die Lösungen sämtlicher Aufgaben** enthalten sind. Zweckmäßig ist es, die Aufgaben auf einem Blatt Papier zu lösen und dann — anhand der Lösungen im Anhang — zu überprüfen, ob die jeweilige Aufgabe richtig gelöst wurde.

Damit können sich alle Kolleginnen und Kollegen des einfachen und mittleren Dienstes eingehend und umfassend auf eine bevorstehende Prüfung auf dem Gebiet der Rechenlehre vorbereiten.

Für die Angehörigen der Deutschen Bundespost ist schließlich noch ein weiterer **Anhang mit Aufgaben für Eignungsfeststellungen und Prüfungen bei der DBP** (wiederum mit Lösungen) beigefügt worden. Das Buch wird dadurch zu einem unentbehrlichen Helfer, zumal jeder anhand dieser Aufgaben feststellen kann, ob er nach Durcharbeiten dieses Buches den gestellten Prüfungsanforderungen — soweit es das „Rechnen" betrifft — gewachsen sein wird.

fernmeldelehrling.de

RECHNEN

A. Allgemeines

Wir rechnen nach dem **Zehnersystem,** d. h. nach einem Zahlensystem, bei dem sich alles auf die **Zahl 10** bezieht. Man nennt diesen Zahlenaufbau auch das **dekadische Zahlensystem** (deka = 10fach).

Die Stellenwerte unserer Zahlen lauten von rechts nach links:

Einer (E), Zehner (Z), Hunderter (H), Tausender (T), Zehntausender (Zt), Hunderttausender (Ht), Millioner (M).

Darüber hinaus gibt es noch Milliarde, Billion, Billiarde, Trillion, Trilliarde usw.

10 Einheiten der niederen Ordnung bilden **1 Einheit der höheren Ordnung;** demnach sind:

10 Einer = 1 Zehner
10 Zehner = 1 Hunderter
10 Hunderter = 1 Tausender
10 Tausender = 1 Zehntausender usw.

Man unterscheidet **Ziffern** (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 9) und **Zahlen** (23; 435; 3 875; 29 237).

Eine **Zahl** besteht also immer aus einzelnen **Ziffern.**

Wir unterscheiden ferner:

arabische Ziffern (1, 2, 3, 4, 5 usw.) und
römische Ziffern (I, II, III, IV, V usw.).

Die Zahlen werden eingeteilt:

1. in **ganze Zahlen** (8; 32; 465; 5 689; 32 425),
2. in **Brüche,** und zwar
   a) in **Dezimalbrüche** (0,8; 6,25; 12,346),
   b) in **gewöhnliche Brüche** ($^1/_2$; $^1/_3$; $^3/_4$; $^2/_5$; $^5/_6$; $^3/_8$; $^7/_9$; $^3/_{10}$),
3. in **unbenannte Zahlen** (18; 65; 849; 3 465),
4. in **benannte Zahlen** (8,25 DM; 36,28 m; 45,368 kg).

Bei den **benannten Zahlen** bedeuten:

deka = 10fach, **hekto** = 100fach, **kilo** = 1 000fach;
dezi = $^1/_{10}$, **zenti** = $^1/_{100}$ **milli** = $^1/_{1000}$.

Also: 1 Dekameter = 10 m; 1 Hektoliter = 100 l; 1 Kilogramm = 1 000 g;
1 Dezimeter = $^1/_{10}$ m; 1 Zentiliter = $^1/_{100}$ l; 1 Milligramm = $^1/_{1\,000}$ g.

B. Römische Zahlen

Unsere Zahlen schreiben wir heute meist in **arabischen** Ziffern. An Bauwerken und alten Stadttoren finden wir häufig das Baujahr in **römischen Zahlen** angegeben, z. B. A. D. MCDLVI, d. h. Anno Domini (im Jahre des Herrn) 1456. Auch unsere Dienstanweisungen sind zum Teil mit römischen Zahlen bezeichnet, z. B. ADA V,1; VIII,1; VI,3 A usw.

Schreibweise der römischen Zahlen

Man schreibt römische **Zahlen** mit **Buchstaben:**

I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1 000.

Es bedeuten also:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC
16	17	18	19	20	30	40	50	60	70	80	90

C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM	M
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000

Merke:
1. Kleinere Zahlen **rechts** neben einer größeren werden **zugezählt:** z. B. VI = 5 + 1 = 6; XV = 10 + 5 = 15; LX = 50 + 10 = 60; CX = 100 + 10 = 110.
2. Kleinere Zahlen **links** neben einer größeren werden **abgezogen:** z. B. IV = 5 — 1 = 4; XL = 50 — 10 = 40; IC = 100 — 1 = 99; CM = 1 000 — 100 = 900;
3. Mehr als **drei gleiche Zahlwerte** dürfen nicht aufeinander folgen: also nicht XXXX, sondern XL; nicht CCCC, sondern CD.

Beispiele:

DCCLXVIII = 768 MCDXCII = 1492 MCMLVII = 1957

Übungsaufgabe 1

Schreibe als römische Zahlen: 869, 1273, 1648, 1789, 1871, 1999.

C. Ganze Zahlen und Brüche

Man unterscheidet **ganze Zahlen, Zehnerbrüche** und **gewöhnliche Brüche.**

I. Ganze Zahlen

Bei den ganzen Zahlen unterscheiden wir folgende

Stellenwerte

Millioner	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
7. Stelle	6. Stelle	5. Stelle	4. Stelle	3. Stelle	2. Stelle	1. Stelle

Die Zahl 2 405 328 hat also: 8 Einer, 2 Zehner, 3 Hunderter, 5 Tausender, 0 Zehntausender, 4 Hunderttausender, 2 Millioner.

Bei der **Schreibweise vielstelliger Zahlen** ist zu beachten, daß man sie von rechts nach links **in Gruppen von je 3 Ziffern** abteilt und nach der 3., 6., 9. usw. Stelle einen Zwischenraum macht, z. B. 3 428 976 501. Diese Schreibweise erhöht die Übersichtlichkeit und erleichtert das richtige Lesen der Zahlen.

Lies und gib die Stellenwerte folgender Zahlen an:

8 960 473; 6 204 086 004; 38 007 340 901; 23 406 023 198 503.

fernmeldelehrling.de

Übungsaufgabe 2

Schreibe folgende Zahlen mit Ziffern nieder:

Dreiundvierzigtausendsiebzehn; Vierhundertzweitausendneunhundertacht; Acht Millionen neuntausendfünfzig; Vierzig Millionen achthundertsiebentausendvierunddreißig.

II. Brüche

Im täglichen Leben rechnet man nicht nur mit ganzen Zahlen, sondern auch mit Teilen von ganzen Zahlen, mit **Brüchen.** Diese können **Dezimalbrüche (Zehnerbrüche)** oder **gewöhnliche Brüche** sein.

1. Dezimalbrüche

Dezimalbrüche sind Brüche, deren Nenner durch eine 10, 100, 1 000 usw. gebildet werden und ein **Komma** enthalten. **Links** vom Komma stehen **die Ganzen, rechts** die Teile der Ganzen, **die Brüche.**

Der **Nenner des Dezimalbruches** wird nicht niedergeschrieben, sondern durch die **Anzahl der Stellen rechts vom Komma** bezeichnet.

So wie die ganzen Zahlen werden auch die Dezimalbrüche nach dem **Zehnersystem** geordnet. Dabei unterscheiden wir folgende

Stellenwerte

Zehntel	Hundertstel	Tausendstel	Zehntausendstel	Hunderttausendstel	Millionstel
1. Stelle	2. Stelle	3. Stelle	4. Stelle	5. Stelle	6. Stelle

Die Zahl 9,375 186 hat also: 9 Einer, 3 Zehntel, 7 Hundertstel, 5 Tausendstel, 1 Zehntausendstel, 8 Hunderttausendstel, 6 Millionstel.

Merke: Fehlt bei Dezimalzahlen ein Stellenwert (z. B. die Zehntel-Stelle bei 27,06), so wird an dessen Stelle eine 0 gesetzt. Fehlen die Ganzen (z. B. 0,25), so setzt man an deren Stelle ebenfalls eine 0.

Lies und gib die Stellenwerte folgender Dezimalzahlen an:

2,304; 3,7 025; 5,00 346; 8,005 904; 6,008 007; 0,000 003.

Übungsaufgabe 3

Schreibe folgende Zahlen mit Ziffern nieder:

4 Zehntel; 25 Hundertstel; 604 Tausendstel; 23 Tausendstel; 465 Zehntausendstel; 627 Hunderttausendstel; 9 Millionstel.

Das Erweitern und Kürzen der Dezimalbrüche

Das Erweitern: 0,4 km = 0,40 km = 0,400 km = 0, 4 000 km usw.

> **Man erweitert einen Dezimalbruch, indem man Nullen anhängt,** und zwar beliebig viele, der Wert ändert sich dadurch nicht.

Das Kürzen: 0,4 000 km = 0,400 km = 0,40 km = 0,4 km

> **Man kürzt einen Dezimalbruch, indem man Nullen abstreicht,** der Wert ändert sich ebenfalls nicht.

Das Auf- und Abrunden der Dezimalbrüche

Das Aufrunden: 4,6 753 = 4,68 8,38 264 = 8,383

Im 1. Beispiel ist die erste weggelassene Ziffer eine 5, im 2. eine 6; im 1. Beispiel wurde aus der 7 eine 8, im 2. aus der 2 eine 3.

Merke: Ist die erste weggelassene Ziffer eine **5, 6, 7, 8 oder 9,** so wird die vorhergehende **um 1 erhöht.**

Das Abrunden: 4,6 735 = 4,67 8,38 627 = 8,386

Im 1. Beispiel ist die erste weggelassene Ziffer eine 3, im 2. eine 2; die 7 und die 6 bleiben unverändert.

Merke: Ist die erste weggelassene Ziffer eine **1, 2, 3 oder 4,** so wird die vorhergehende **nicht erhöht.**

Übungsaufgabe 4

a) **Runde auf 2 Stellen ab oder auf!**

7,368 DM	8,063 hl	3,406 ha	6,123 qm
5,632 DM	4,709 hl	1,762 ha	9,407 qm

b) **Runde auf 3 Stellen ab oder auf!**

3,4 475 kg	7,20 433 km	5,743 806 qm	2,164 237 t
8,4 132 kg	6,04 216 km	4,068 315 qm	9,237 906 t

2. Gewöhnliche Brüche

Gewöhnliche Brüche sind Brüche, die einen **Bruchstrich** haben.

$4 : 5 = \frac{4}{5}$ = Zähler geteilt durch Nenner.

Merke: Der **Zähler** steht **über dem Bruchstrich** und **zählt,** der **Nenner** steht **unter dem Bruchstrich** und **benennt** die Brüche.

Man unterscheidet **echte Brüche, unechte Brüche** und **gemischte Zahlen.**

Echte Brüche sind **kleiner** als ein Ganzes: $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_6$, $^7/_{10}$, $^{11}/_{12}$.

Unechte Brüche sind **größer** als ein Ganzes: $^3/_2$, $^5/_4$, $^{11}/_8$, $^{17}/_{12}$, $^{23}/_{15}$.

Gemischte Zahlen bestehen aus einer **ganzen Zahl** und einem **Bruch:** $1^3/_5$, $2^3/_4$, $3^4/_5$, $4^5/_9$, $16^2/_3$.

Anmerkung:

Der **Bruchstrich** kann bei gewöhnlichen Brüchen **waagerecht** ($\frac{3}{4}$) oder **schräg** ($^3/_4$) gesetzt werden. Aus drucktechnischen Gründen ist in diesem Rechenbuch der schräge Bruchstrich gesetzt.

D. Die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und Zehnerbrüchen (Dezimalbrüchen)

I. Das Zusammenzählen (addieren — Addition)

Zahlen, die zusammengezählt (addiert) werden sollen, nennt man **Summanden.** Das Ergebnis nennt man **Summe.** Das Zeichen für das Zuzählen ist das **Pluszeichen** (+).

Also:	2 384	**Summand**
	+ 1 476	**+ Summand**
	3 860	**= Summe**

fernmeldelehrling.de

1. **Beispiele:**

a)	b)
35 982	15,64 DM
6 409	8,27 DM
346	34,06 DM
5 021	7,63 DM
46 564	24,18 DM
7 328	17,32 DM
101 650	**107,10 DM**

Merke:

Schreibe deutliche Ziffern!
Schreibe die Zahlen genau untereinander!
Einer unter Einer usw.
Zehntel unter Zehntel usw.
Komma unter Komma!
Bilde Zahlengruppen zu je 3 Stellen!
23 456; 468 395; 6 235 748.

Erklärung zu Beispiel a (ganze Zahlen):

Wir addieren zuerst die Einer: 8 + 4 + 1 + 6 + 9 + 2 = 30 Einer (3 Z 0 E).

Die 0 Einer schreiben wir als Ergebnis unter die Einerreihe, die 3 Zehner merken wir bei den Zehnern vor und addieren: 3 + 2 + 6 + 2 + 4 + 0 + 8 = 25 Zehner (2 H 5 Z). Die 5 Zehner schreiben wir wieder als Ergebnis unter die Zehnerreihe, die 2 Hunderter merken wir bei den Hundertern vor und addieren: 2 + 3 + 5 + 0 + 3 + 4 + 9 = 26 Hunderter. Das Addieren der Tausender usw. geschieht dann in gleicher Weise, bis das Ergebnis 101 650 feststeht.

Erklärung zu Beispiel b (Dezimalbrüche):

Wenn die Dezimalbrüche richtig untereinander geschrieben sind **(Komma unter Komma!)**, addieren wir in der gleichen Weise wie bei Beispiel a: zuerst die Hundertstel, dann die Zehntel, die Einer und die Zehner, bis das Ergebnis 107,10 DM feststeht. Es darf dabei nicht übersehen werden, **im Ergebnis das Komma zu setzen.**

2. **Rechenvorteile: Zusammenfassen zu „Zehnerpäckchen"**

3 + 4 + 6 + 5 + 8 + 4 + 2 + 9 + 6 + 3 + 1 + 7 usw.

4 + 6 = **10** 8 + 2 = **10** 6 + 3 + 1 = **10**

Fasse ebenso **bei senkrechten Additionen zu „Zehnerpäckchen"** zusammen!

3. **Wir machen die Probe:**

Um festzustellen, ob wir auch richtig gerechnet haben, machen wir **beim schriftlichen Rechnen** stets **eine Probe.**

Proben beim Zuzählen (Addieren):

a) Wir rechnen einmal **von oben nach unten** und einmal **von unten nach oben.**

b) **Wir machen die Stellenwertprobe:**

3 486		
2 705	Summe der Einer =	28
4 673	Summe der Zehner =	30
5 879	Summe der Hunderter =	26
6 185	Summe der Tausender =	20
22 928		22 928

c) **Wir machen die Neunerprobe:**

7 823 602	Quersumme = 28	Neunerrest = 1	= **6**
+ 6 758 913	Quersumme = 39	+ Neunerrest = 3	
+ 2 875 862	Quersumme = 38	+ Neunerrest = 2	
17 458 377	Quersumme = 42	Neunerrest = **6**	

8 489 265	Quersumme = 42	Neunerrest = 6	= 13 = Neunerrest 4
+ 3 764 124	Quersumme = 27	+ Neunerrest = 0	
+ 5 238 709	Quersumme = 34	+ Neunerrest = 7	
17 492 098	Quersumme = 40	Neunerrest = **4**	

Erklärung der Neunerprobe:

Wir suchen zunächst die **Quersumme** und den **Neunerrest** der Summanden!

Man findet die Quersumme einer Zahl, indem man die einzelnen Ziffern der Zahl zusammenzählt, z. B. 7 259 136 = 7 + 2 + 5 + 9 + 1 + 3 + 6 = **33.**

Man findet den Neunerrest, indem man die Quersumme durch 9 teilt: also 33 : 9 = 3mal, Rest **6.**

M e r k e : **Den Rest, der beim Teilen einer Zahl durch 9 übrig bleibt, nennt man den Neunerrest.**

Der Neunerrest kann auch 0 sein, z. B. 87 534 = Quersumme 27 = **Neunerrest 0.**

Vereinfachtes Errechnen des Neunerrestes

Das Errechnen des Neunerrestes wird einfacher, wenn man **jede 9** der Zahl und auch die Zahlen, die **zusammen 9** ergeben, ausstreicht:

Beispiel: Der **Neunerrest** von 7 259 136 ist **6.**

Wir streichen die 7 und die 2, die zusammen 9 ergeben, aus.

Wir streichen die 9 aus.

Wir streichen die 3 und die 6, die zusammen 9 ergeben, aus.

Nun verbleiben noch 5 und 1.

Die Summe von 5 + 1 ergibt den **Neunerrest 6.**

Rechenvorgang bei der Neunerprobe

Wir suchen zunächst die **Quersumme** und den **Neunerrest** der Summanden. Im ersten Beispiel ist die Summe der Neunerreste (1 + 3 + 2) = **6.**

Dieser Neunerrest **(6)** muß gleich dem Neunerrest der Summe **(6)** sein.

Im zweiten Beispiel ist die Summe der Neunerreste (6 + 0 + 7) = 13, und der Neunerrest von 13 ist **4.**

Dieser Neunerrest **(4)** muß gleich dem Neunerrest der Summe **(4)** sein.

Merke: **Die Neunerreste der Summanden sind zusammen gleich dem Neunerrest der Summe.**

Übungsaufgabe 5

Setze die waagerechten Zahlenreihen untereinander und addiere:

a) 2 364 + 725 + 1 043 + 64 + 308 + 2 370 =

b) 3 207 l + 1 025 l + 673 l + 2 008 l + 75 l + 840 l =

c) 384,20 DM + 76,45 DM + 3,92 DM + 217,03 DM + 84,19 DM + 406,30 DM =

d) 234,376 km + 75,083 km + 104,309 km + 16,003 km + 317,385 km =

fernmeldelehrling.de

Übungsaufgabe 6

a) 15,40 DM + 27 DM + 35 Pf + 0,6 DM + 8 Pf + 23,07 DM =
b) 35,720 km + 750 m + 0,809 km + 63 m + 4,023 km + 9 m =
c) 7 348 kg + 17 t + 600 kg + 8,03 dz + 0,60 t + 503 kg =
d) 24,7 ha + 225 qm + 37 a + 3,5 ha + 375 a + 304 qm =
e) 4,8 cbm + 675 cdm + 59,3 cbm + 305 cdm =

Angewandte Aufgaben

7. Beim Postamt D betragen die Postspareinlagen:
   an Schalter I 3 046,60 DM, an Schalter II 2 940,07 DM,
   an Schalter III 2 970,23 DM, an Schalter IV 3 008,40 DM.
   Wie hoch ist die Gesamtsumme?

8. Vier versiegelte Wertpakete wiegen 12,300 kg, 14,675 kg, 8,750 kg und 6,800 kg. Wieviel beträgt das Gesamtgewicht?

9. Ein Bote liefert am Postschalter ein: 3 Postanweisungen zu 18,75 DM, 56,20 DM und 124,65 DM und 4 Zahlkarten zu 19,45 DM, 74,80 DM, 123,75 DM und 276,40 DM. Die Gebühren betragen: 40, 50, 70, 20, 25, 30 und 40 Pfennig. Wieviel ist der Gesamtbetrag?

10. Die Tageseinnahmen eines Kaufmannes betragen: 324,56 DM, 346,23 DM, 298,04 DM, 284,16 DM, 318,79 DM, 356,40 DM. Wie groß ist die Wocheneinnahme?

11. Eine Großhandlung liefert an ein Feinkostgeschäft für 568,70 DM Kolonialwaren, für 674,25 DM Konserven, für 363,35 DM Fleisch- und Wurstwaren, für 195,20 DM Butter und Käse und für 282,95 DM Delikatessen. Wie hoch ist der Rechnungsbetrag?

12. Für die Erweiterung eines Postdienstgebäudes wurden in Rechnung gestellt:

für Erdarbeiten	570,45 DM,	für den Maurer	6 207,75 DM,
für den Zimmerer	2 354,25 DM,	für den Dachdecker	750,68 DM,
für den Schlosser	675,17 DM,	für den Schreiner	1 263,05 DM,
für den Klempner	403,08 DM,	für den Anstreicher	670,38 DM,
für den Elektriker	475,00 DM,	für Verschiedenes	1 903,50 DM.

   Wieviel betragen die Gesamtkosten?

13. Bei einer Vermögensaufstellung erscheinen folgende Vermögensteile: Kassenbestand 3 407,35 DM, Warenbestand 125 008,75 DM, Bankguthaben 37 560,40 DM, Außenstände 14 239,65 DM, Wertpapiere 46 349,— DM, Wechsel 12 304,25 DM. Berechne die Gesamtsumme!

14. Jemand kauft ein: 1 Oberhemd 22,90 DM, 2 Sporthemden zu je 16,90 DM, 3 Garnituren Unterwäsche zu je 8,25 DM, 2 Paar Strümpfe zu je 6,20 DM, 4 Kragen zu je 2,35 DM, 1 Binder 4,90 DM. Stelle den Kassenzettel aus!

II. Das Abziehen (subtrahieren — Subtraktion)

Die Zahl, von der eine andere Zahl abgezogen wird, nennt man **Minuend.** Die Zahl, die abgezogen wird, nennt man **Subtrahend.** Das Ergebnis nennt man **Differenz.** Das Zeichen für das Abziehen ist das **Minuszeichen** (—).

Also:		
	3 860	**Minuend**
	— 1 476	**— Subtrahend**
	2 384	**= Differenz**

Beispiele:

a)
6 375	
— 2 156	
4 219	

b)
87,54 DM	
— 38,87 DM	
48,67 DM	

Merke:

Schreibe deutliche Ziffern!
Schreibe die Zahlen genau untereinander!
Einer unter Einer usw.
Zehntel unter Zehntel usw.
Komma unter Komma!
Bilde Zahlengruppen zu je 3 Stellen!
56 324; 723,568; 8 745,305 268

Das Ergänzungsverfahren:

Beim **Abziehen** wird heute das sog. **Ergänzungsverfahren** bevorzugt:
1. weil das Zusammenzählen von Zahlen leichter ist als das Abziehen,
2. weil man beim Ergänzungsverfahren keine Zahlenwerte zu leihen braucht,
3. weil man gleichzeitig mehrere Zahlen abziehen kann.

8	Man rechnet nicht mehr 8 — 6 = 2, sondern 6 + 2 = 8;
— 6	die **Ergänzungszahl 2** wird dabei als **Ergebnis** niedergeschrieben.
2	

Das **Ergänzungsverfahren** ist also eine **Umkehrung der Subtraktion:**

Subtrahend + Differenz = Minuend

1. Ergänzen o h n e Überschreiten der Zehner

Beispiel:

85,98	**Rechne:** 6 + **2** = 8	Die **Ergänzungszahlen 2, 4, 3, 5** werden als **Ergebnis (Differenz)** niedergeschrieben.
— 32,56	5 + **4** = 9	
53,42	2 + **3** = 5	
	3 + **5** = 8	

2. Ergänzen m i t Überschreiten der Zehner

Beispiel:

63,24	**Rechne:**		Die **Ergänzungszahlen 9, 3, 6, 2** werden wieder als **Ergebnis** niedergeschrieben. Die **Zehner** werden wie beim Addieren der nächsten Einheit des **Subtrahenden** zugezählt, (aus 8, 6 und 3 werden also 9, 7 und 4).
— 36,85		5 + 9 = **14**	
26,39	1 + 8 = 9	9 + 3 = **12**	
	1 + 6 = 7	7 + 6 = **13**	
	1 + 3 = 4	4 + 2 = 6	

3. Die größere Zahl steht unter der kleineren Zahl

Beispiel:

24,76	**Rechne:**		Ein **Umstellen der Zahlen** ist beim Ergänzungsverfahren **nicht erforderlich.**
— 68,43		6 + **7** = 13	
43,67	1 + 7 = 8	8 + **6** = **14**	
	1 + 4 = 5	5 + **3** = 8	
		2 + **4** = 6	

fernmeldelehrling.de

4. Gleichzeitiges Abziehen mehrerer Subtrahenden

Beispiel:

485,95	**Rechne:**	
— 64,23	4, 10, 18, 21	+ **4** = **25**
— 86,38	**2,** 3, 6, 8,	+ **1** = 9
— 75,16	7, 12, 18, 22	+ **3** = **25**
— 57,04	**2,** 7, 14, 22, 28	+ **0** = **28**
203,14	**2,**	+ **2** = 4

Die einzelnen Reihen der **Subtrahenden** werden **addiert** und dann wie in Beispiel 1 und 2 **ergänzt.** Die **Ergänzungszahlen 4, 1, 3, 0, 2** werden wieder als **Ergebnis** niedergeschrieben.

5. Proben beim Abziehen (Subtrahieren)

a) Zähle das Ergebnis (Differenz) zum Subtrahenden, so erhältst du den Minuenden!

5 476	**Rechne:**	1 + 5 = 6
— 3 235		4 + 3 = 7
2 241		2 + 2 = 4
		2 + 3 = 5

Also: **Differenz + Subtrahend = Minuend.**

b) **Mach die Neunerprobe!**

8 769 425	Quersumme = 41	Neunerrest = 5
— 7 354 693	Quersumme = 37	— Neunerrest = 1
1 414 732	Quersumme = 22	Neunerrest = 4

Merke: Wenn ich vom **Neunerrest des Minuenden** (5) den **Neunerrest des Subtrahenden** (1) **subtrahiere,** erhalte ich den **Neunerrest der Differenz** (4).

6 314 537	Quersumme = 29	Neunerrest = 2 + 9 = 11
— 4 887 635	Quersumme = 41	— Neunerrest = 5
1 426 902	Quersumme = 24	Neunerrest = 6

Merke: Ist der **Neunerrest des Minuenden** (2) **kleiner** als der Neunerrest des Subtrahenden (5), so **zähle 9 hinzu** (2 + 9 = 11), damit du abziehen kannst (11 — 5 = 6).

837 926	Quersumme = 35	Neunerrest = **8**	
— 123 454	Quersumme = 19	Neunerrest = 1	Summe der
— 45 506	Quersumme = 20	Neunerrest = 2	Neunerreste = 7
— 123 273	Quersumme = 18	Neunerrest = 0	
— 206 859	Quersumme = 30	Neunerrest = 3	
— 75 484	Quersumme = 28	Neunerrest = 1	
263 350	Quersumme = 19	Neunerrest = **1**	

Merke: Wenn ich vom **Neunerrest des Minuenden** (8) die **Summe der Neunerreste der Subtrahenden** (7) subtrahiere, erhalte ich den **Neunerrest der Differenz** (1).

927 435	Quersumme = 30	Neunerrest = 3 + 9 = **12**	
— 134 276	Quersumme = 23	Neunerrest = 5	
— 75 317	Quersumme = 23	Neunerrest = 5	
— 105 864	Quersumme = 24	Neunerrest = 6	5
— 216 538	Quersumme = 25	Neunerrest = 7	
— 84 573	Quersumme = 0	Neunerrest = 0	
310 867	Quersumme = 25	Neunerrest = **7**	

Merke: Ist der **Neunerrest des Minuenden** (3) **kleiner** als die Summe der Neunerreste der Subtrahenden, so **zähle 9 hinzu!** Die **Summe der Neunerreste der Subtrahenden** (23) hat den **Neunerrest 5.** Wenn ich diesen subtrahiere, erhalte ich den **Neunerrest der Differenz** (7).

Übungsaufgabe 15

a) 84,70 — 38,06 DM 74,040 km — 8,3 km 124 hl — 14,05 hl 3 kg — 2,076 kg
b) 3,6 a — 84 qm 18,5 hl — 972 l 48,73 t — 344 kg 8,5 m³ — 76 dm³

Angewandte Aufgaben

16. Am 1. Januar hatte eine Kasse einen Bestand von 12 406,75 DM. Die Ausgabe betrug im Januar 3 064,50 DM. Wie groß war der Kassenbestand am 1. Februar?
17. Die Einwohnerzahl Deutschlands betrug 1932 66 Millionen. In den Städten lebten 26 400 000 Menschen. Wieviel lebten auf dem Lande?
18. Der Kassenbestand beträgt 2 364,75 DM. Es werden ausgezahlt: 670,23 DM, 125,48 DM, 283,70 DM, 409,85 DM und 385,16 DM. Wie groß ist der Kassenrestbestand?
19. Bei einer Veranstaltung betrugen die Einnahmen 240,75 DM, 175,60 DM, 382,35 DM und 94,50 DM, die Ausgaben 145,80 DM, 217,50 DM, 85,20 DM und 132,65 DM. Berechne den Restbetrag!
20. Ein Warenlager hat einen Bestand von 8 324,650 kg. Es werden verkauft: 608,023 kg, 1 420,704 kg, 537,008 kg, 2 364,875 kg und 983,450 kg. Wie groß ist nun noch der Warenbestand?
21. Das monatliche Gehalt eines Postbeamten beträgt 461,41 DM. Es werden 36,40 DM Lohnsteuer, 2,91 DM Kirchensteuer, 13,83 DM Postbeamtenkrankenkasse, 20,00 DM unverzinslicher Vorschuß und 5,00 DM monatliche Einlage beim Post-Spar- und Darlehnsverein einbehalten. Wieviel DM werden ausgezahlt?
22. Eine Weinhandlung hat 24 250 l Wein gelagert. Es werden 10 873 l dazu gekauft und 18 065 l verkauft. Ermittle den Weinbestand.
23. Jemand kauft ein Motorrad für 574,50 DM und zahlt 150,— DM an. Nach 4 Wochen zahlt er weitere 225,— DM. Wieviel beträgt die Restzahlung?

III. Das Malnehmen (multiplizieren — Multiplikation)

Zahlen, die miteinander vervielfacht (multipliziert) werden, nennt man **Faktoren.** Der erste Faktor wird auch **Multiplikand,** der zweite wird **Multiplikator** genannt. Das Ergebnis ist das **Produkt.** Das Zeichen für das Malnehmen ist das **Multiplikationszeichen** (·).

Also: 15 · 12 = 180

Faktor	·	**Faktor**	=	**Produkt**
		oder		
Multiplikand	·	**Multiplikator**	=	**Produkt**

1. Das Multiplizieren von ganzen Zahlen

a)

2345 · 365
11725
14070
7035
855925

b)

2345 · 365
7035
14070
11725
855925

fernmeldelehrling.de

Merke:

Setze die **Faktoren n e b e n einander!**

Die **Faktoren** können **beliebig vertauscht** werden.

Nimm als **Multiplikator** den **Faktor mit der kleineren Stellenzahl!** Je weniger Stellen, desto weniger „Treppenstufen".

Man kann beim Multiplizieren mit den **Einern** beginnen (Beispiel a), dann rückt man die nächsten Reihen **nach links** ein; man kann auch mit dem **höheren Stellenwert** beginnen (Beispiel b), dann rückt man **nach rechts** ein.

2. Das Multiplizieren von Dezimalzahlen

243,45 · 3,6

146 070
730 35

876,420

Regel: Man multipliziert Dezimalzahlen wie ganze Zahlen und streicht **im Produkt** von rechts nach links die **Anzahl der Stellen hinter dem Komma** ab.

3. Das Multiplizieren mit dekadischen Zahlen (10, 100, 1000 usw.)

a) 84 · 10 = 840
246 · 100 = 24 600
375 · 1 000 = 375 000

b) 8,4 · 10 = 84
2,46 · 100 = 246
3,75 · 1 000 = 3 750

Regel: Man multipliziert mit einer dekadischen Zahl, indem man Nullen anhängt (Beispiel a: ganze Zahlen) **oder das Komma nach rechts setzt** (Beispiel b: Dezimalzahlen), und zwar **bei 10 1 Stelle, bei 100 2 Stellen, bei 1 000 3 Stellen** usw.

4. Rechenvorteile

a) **Einer der beiden Faktoren hat eine 1**
(die **1** kann **vorne, hinten** oder **in der Mitte** stehen)

568 · 16
3408
9088

81 · 752
6016
60912

9,68 · 61,7
580 8
6 776
597,256

Merke:

Die beiden **Faktoren** werden **nicht unterstrichen.**

Wir multiplizieren immer **zuerst mit der 1.**

Der mit der 1 vervielfachte Faktor gilt bereits als **Teilergebnis** und braucht **nicht noch einmal niedergeschrieben** zu werden.

b) **Der Multiplikator wird in Faktoren zerlegt**

768 · 72 = (9 · 8)
6912 · 8
55296

8,76 · 5,6 = (8 · 7)
7 008 · 7
49,056

Merke:

Der **Multiplikator 72 (56)** wird in die **Faktoren 9 · 8 (8 · 7)** zerlegt.

Wir multiplizieren zuerst mit 9 (8), dann mit 8 (7).

Die **Addition der Teilergebnisse** wird dadurch **erspart.**

5. Proben beim Malnehmen (Multiplizieren)

a) Teile das **Produkt durch** den **Multiplikator,** so erhältst du den **Multiplikanden!**

Teile das **Produkt durch** den **Multiplikanden,** so erhältst du den **Multiplikator!**

4 327 · 584
17308
34616
21635
2526968

2 526 968 : 584 = **4 327**

2 526 968 : 4 327 = **584**

b) **Mach die Neunerprobe!**

4 327 · 584
17308
34616
21635
2526968

Setze den **Neunerrest des Multiplikanden** in das **l i n k e Malzeichenfeld: 7!**

Setze den **Neunerrest des Multiplikators** in das **r e c h t e Malzeichenfeld: 8!**

Multipliziere die beiden **Neunerreste** (7 · 8 = 56) und setze den **Neunerrest des Ergebnisses** (56) in das **o b e r e Malzeichenfeld: 2!**

Setze den **Neunerrest des Produktes** in das **u n t e r e Malzeichenfeld: 2!**

Die Neunerreste im o b e r e n und u n t e r e n Feld müssen übereinstimmen!

Regel: Neunerrest des Multiplikanden mal Neunerrest des Multiplikators gibt Neunerrest des Produkts.

Merke: Bei der **Multiplikation von Dezimalzahlen** wird die **Neunerprobe wie bei** der Multiplikation von **ganzen Zahlen** gemacht; das **Komma** bleibt **unberücksichtigt.**

Übungsaufgabe 24

Mach die Neunerprobe!

926 374 · 7 361 63,495 · 7,412 53,172 · 90,72

Angewandte Aufgaben

25. Jemand verbraucht täglich 4,25 DM. Wieviel verbraucht er in einem Jahr?
26. Ein Arbeiter zahlt wöchentlich 4,35 DM Lohnsteuer. Wieviel zahlt er jährlich?
27. Der Stundenlohn eines Postarbeiters beträgt 1,40 DM. Wieviel verdient der Arbeiter a) an einem Tag (8 Stunden)? b) in einer Woche (48 Stunden)? c) in einem Jahr?
28. Ein Gasmesser zeigte beim Ablesen 435m³ an, beim vorherigen waren es 363m³. Wieviel ist zu zahlen, wenn 1m³ Gas 0,45 DM kostet?
29. Zwischen Blitz und Donner wurden 20 Sekunden gezählt. Wie weit war das Gewitter noch entfernt, wenn die Schallgeschwindigkeit in der Luft 333 m je Sekunde (m/s) beträgt?
30. Wie lang ist der Äquator der Erde, wenn die Meridiane (360) oder Mittagslinien am Äquator 111,3055 km voneinander entfernt sind?

fernmeldelehrling.de

31. Die Steinkohlenförderung Deutschlands betrug im Jahre 1935 134 089 407 t. Wieviel beträgt der Wert der Kohle, wenn 1 Zentner mit 4,25 DM berechnet wird?
32. Das Jahreseinkommen eines Postschaffners beträgt 4 840 DM. Davon gibt er aus: für Kleidung jährlich 320 DM, für Miete monatlich 62 DM, für Ernährung wöchentlich 65 DM, für Versicherungen usw. vierteljährlich 48 DM. Wieviel DM bleiben übrig?
33. A benötigt zu einer Zimmerreparatur 32 Rollen Tapete, jede Rolle 3,25 DM, 36 m Leiste à 23 Pfennig, 15 Pfund Kreide à 14 Pfennig und 3 Büchsen Lackfarbe à 6,25 DM. Wieviel bekommt er beim Einkauf zurück, wenn er mit 3 Fünfzigmarkscheinen bezahlt?
34. In einer Stadt wohnen 120 000 Familien. In jeder Familie verdirbt täglich 1 Scheibe Brot à 25 g. a) Wieviel t Brot verderben in 1 Jahr? b) Wie groß ist der Verlust, wenn 1 dz Brot 72,— DM kostet?

IV. Das Teilen (dividieren — Division)

Die Zahl, die geteilt wird, nennt man **Dividend.** Die Zahl, durch die geteilt wird, heißt **Divisor.** Das Ergebnis ist der **Quotient.** Das Zeichen für das Teilen ist das **Divisionszeichen** (:).

Also: 180 : 15 = 12

Dividend	:	**Divisor**	=	**Quotient**

Probe: 12 · 15 = 180

Quotient	·	**Divisor**	=	**Dividend**

Die **Division** ist also eine **Umkehrung der Multiplikation.**

1. Dividend und Divisor sind ganze Zahlen

a) 4572 : 18 = 254

36
97
90
72
72
0

Rechne: 45 : 18 = **2**; denn 2 · 18 = 36 Rest 9
Wir holen die 7 herunter.
97 : 18 = **5**; denn 5 · 18 = 90 Rest 7
Wir holen die 2 herunter.
72 : 18 = **4**; denn 4 · 18 = 72 Rest 0
Probe: 254 · 18 = 4 572

b) 17424 : 16 = 1 089

16
14
0
142
128
144
144
0

Rechne: 17 : 16 = **1**; denn 1 · 16 = 16 Rest 1
Wir holen die 4 herunter.
14 : 16 = **0**; denn 0 · 16 = 0 Rest 14
Die 0 wird in das Ergebnis eingesetzt.
Wir holen die 2 herunter.
142 : 16 = **8**; denn 8 · 16 = 128 Rest 14
Wir holen die 4 herunter.
144 : 16 = **9**; denn 9 · 16 = 144 Rest 0
Probe: 1 089 · 16 = 17 424

2. Der Dividend ist eine Dezimalzahl

a) 62,05 : 17 = 3,65

51
110
102
85
85
0

Rechne: 62 : 17 = **3**; denn 3 · 17 = 51 Rest 11
Im **Dividenden** steht nun ein **Komma;**
wir setzen in das Ergebnis auch ein Komma.
Wir holen nun erst die 0 herunter.
110 : 17 = **6**; usw.
Probe: 3,65 · 17 = 62,05

Regel: Beim Überschreiten des Kommas im Dividenden wird auch im Quotienten ein Komma gesetzt.

b) 3,42 : 19 = 0,18

19
152
152
0

Rechne: 3 : 19 = **0**
Wir setzen die **0 und** das **Komma in die Antwort.**
34 : 19 = **1**; usw.
Probe: 0,18 · 19 = 3,42

Merke: Wenn die Teilung der Ganzen 0 ergibt, dann beginnt der Quotient mit Null-Komma.

3. Der Divisor ist eine Dezimalzahl

10 368 : 0,32

Der Divisor darf keine Dezimalzahl sein; denn durch eine Dezimalzahl kann man nicht teilen.

Wir machen aus dem Divisor eine ganze Zahl, indem wir ihn mit 100 multiplizieren; dann müssen wir den Dividenden ebenfalls mit 100 multiplizieren, damit sich das Ergebnis nicht ändert, also:

1 036 800 : 32 = 32 400

96
76
64
128
128
000

Also ist 10 368 : 0,32 auch 32 400

Wir rechnen wie bei 1 a.

Probe: 32 400 · 0,32 = 10 368

Regel: Ist der Divisor eine Dezimalzahl, so wird beim Divisor das Komma so viele Stellen nach rechts verschoben, bis der Divisor kein Komma mehr hat; beim Dividenden hängt man die entsprechende Anzahl Nullen an.

4. Dividend und Divisor sind Dezimalzahlen

5,4275 : 0,65

Der Divisor darf keine Dezimalzahl sein; denn durch eine Dezimalzahl kann man nicht teilen.

fernmeldelehrling.de

Wir machen aus dem Divisor eine ganze Zahl, indem wir ihn mit 100 multiplizieren; dann müssen wir den Dividenden ebenfalls mit 100 multiplizieren, damit sich das Ergebnis nicht ändert, also:

542,75 : 65 = 8,35 — Also ist 5,4275 : 0,65 auch 8,35

520

227
195

325
325

0

Wir rechnen nun wie bei 2 a.

Probe: 8,35 · 0,65 = 5,4275

Regel: Ist der Divisor eine Dezimalzahl, so wird bei Dividend und Divisor das Komma so viele Stellen nach rechts verschoben, bis der Divisor kein Komma mehr hat.

5. Das Dividieren durch dekadische Zahlen (10, 100, 1 000 usw.)

a) 840 : 10 = 84
24 600 : 100 = 246
375 000 : 1 000 = 375

b) 84 : 10 = 8,4
246 : 100 = 2,46
3 750 : 1 000 = 3,75

Regel: Man dividiert durch eine dekadische Zahl, indem man Nullen abstreicht oder das Komma nach links setzt, und zwar **durch 10 1 Stelle, durch 100 2 Stellen, durch 1 000 3 Stellen** usw.

6. Rechenvorteile: Abgekürztes Verfahren

a) normales Verfahren:

141 375 : 325 = 435

130 0

11 37
9 75

1 625
1 625

0

b) abgekürztes Verfahren:

141 375 : 325 = 435

11 37

1 625

0

Beim **abgekürzten Verfahren** ermitteln wir zuerst die einzelnen **Ziffern des Quotienten,** errechnen die **Zwischenprodukte** und finden gleichzeitig durch Ergänzen die **Restzahlen.** Die **Zwischenprodukte** (1 300, 975 und 1 625) werden im Kopf errechnet, aber **nicht niedergeschrieben.**

Erklärung:

1. Arbeitsgang: 1 413 : 325 = **4**

Quotient			Zwischenprodukte	Restzahlen	
4 · 5			= 20	+ 3	= **23**
4 · 2	=	8 + 2	= 10	+ 1	= **11**
4 · 3	=	12 + 1	= 13	+ 1	= **14**

2. Arbeitsgang: 1 137 : 325 = **3**

3 · 5			= 15	+ 2	= **17**
3 · 2	=	6 + 1	= 7	+ 6	= **13**
3 · 3	=	9 + 1	= 10	+ 1	= **11**

3. Arbeitsgang: 1 625 : 325 = **5**

5 · 5			= 25	+ 0	= **25**
5 · 2	=	10 + 2	= 12	+ 0	= **12**
5 · 3	=	15 + 1	= 16	+ 0	= **16**

7. Proben beim Teilen (dividieren)

a) Multipliziere den Quotienten mit dem Divisor und addiere den Rest, so erhältst du den Dividenden! Also: **Quotient · Divisor + Rest = Dividend.**

238 465 : 376 = 634

225 6

12 86
11 28

1 585
1 504

81 = Rest

634 · 376

3 804
44 38
190 2

238 384
+ 81

238 465

b) **Mach die Neunerprobe!**

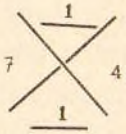
238 465 : 376 = 634

225 6

12 86
11 28

1 585
1 504

81 = Rest



238 465
— 81
238 384

Setze den **Neunerrest des Divisors** in das **linke Malzeichenfeld: 7!**
Setze den **Neunerrest des Quotienten** in das **rechte Malzeichenfeld: 4!**
Multipliziere die beiden **Neunerreste** (7 · 4 = 28) und setze den **Neunerrest des Ergebnisses 28** in das **obere Malzeichenfeld: 1!**
Subtrahiere den Rest vom Dividenden (238 465 — 81) und setze den **Neunerrest des verminderten Dividenden (238 384)** in das **untere Feld: 1!**
Die Neunerreste im oberen und unteren Feld müssen übereinstimmen!

Übungsaufgabe 35

Mach die Neunerprobe!

724 218 : 2 345 — 9 837,362 : 3 065 — 98,425 : 3,14

Angewandte Aufgaben

36. Postsekretär A kauft 3,20 m Stoff für 39,52 DM. Wieviel kostet 1 m?
37. Die Postassistentin B zahlt jährlich 312,50 DM Lohnsteuer. Wieviel zahlt sie monatlich?
38. Wieviel beträgt die Entfernung Berlin-Köln, wenn die einfache Fahrt 46,20 DM kostet und die Deutsche Bundesbahn für 1 km 7,5 Pf berechnet?
39. Ein Kaufmann hat 35 kg Kaffee; er verkauft jedem Kunden 125 g. Wieviel Kunden kann er beliefern?
40. In einem Haushalt werden durchschnittlich täglich 2,400 kg Kartoffeln gebraucht. Wie lange reicht ein Vorrat von 12 Zentnern?

fernmeldelehrling.de

41. Vor dem Kriege lebten in Deutschland auf 470 627 qkm 66 Mill. Einwohner. Wieviel auf 1 qkm im Durchschnitt?
42. Ein Kohlenschiff hat 4 125 t Kohlen geladen. Ein Eisenbahnwagen faßt 150 dz. Wieviel Wagen benötigt man zum Ausladen des Schiffes?
43. In einem Betrieb, in dem 235 Arbeiter beschäftigt sind, werden bei 45stündiger Arbeitszeit wöchentlich 24 322,50 DM Lohn ausgezahlt. Berechne den Stundenlohn eines Arbeiters!
44. An 26 Verkaufstagen betrug der Monatsumsatz eines Geschäftes 8 465,60 DM. Berechne die durchschnittliche Tageseinnahme!
45. Eine Straßenbahnschiene ist 12 m lang. Wieviel Schienen gebraucht man für die zweigleisige Strecke Düsseldorf — Duisburg (24 km)?

Übungsaufgabe 46

Zusammenfassung und Wiederholung (Reihenaufgaben):

a) 3 465 + 2 087 =	— 4 308 =	· 327 =	: 524 =
b) 4 827 + 3 934 =	— 6 003 =	· 456 =	: 487 =
c) 23,765 + 14,308 =	— 7,005 =	· 3,704 =	: 3,58 =
d) 2,325 + 5,008 =	— 5,876 =	· 23,45 =	: 0,427 =
e) 234,63 + 176,74 =	— 28,69 =	· 0,478 =	: 58,3 =

E. Die vier Grundrechnungsarten mit gewöhnlichen Brüchen

I. Einführung in die gewöhnliche Bruchrechnung

Die Begriffe: **gewöhnliche Brüche, Zähler, Bruchstrich, Nenner, echte Brüche, unechte Brüche** und **gemischte Zahlen** sind auf Seite 9 erklärt.

1. Das Verwandeln gemischter Zahlen in unechte Brüche

$2^3/_5 = {}^{13}/_5$; $5^3/_4 = {}^{23}/_4$; $6^2/_7 = {}^{44}/_7$; $7^5/_9 = {}^{68}/_9$; $5^7/_{12} = {}^{67}/_{12}$.

> **Regel:** Man verwandelt eine **gemischte Zahl** in einen **Bruch,** indem man die **ganze Zahl mit dem Nenner multipliziert** und den **Zähler addiert.**

2. Das Verwandeln unechter Brüche in gemischte Zahlen

${}^{17}/_5 = 3^2/_5$; ${}^{19}/_6 = 3^1/_6$; ${}^{27}/_8 = 3^3/_8$; ${}^{41}/_{12} = 3^5/_{12}$; ${}^{47}/_{15} = 3^2/_{15}$.

> **Regel:** Man verwandelt einen **unechten Bruch** in eine **gemischte Zahl,** indem man den **Zähler durch den Nenner dividiert.**

3. Das Erweitern der Brüche

$1/_2 = {}^2/_4 = {}^3/_6 = {}^4/_8 = {}^5/_{10}$ usw. $1/_3 = {}^2/_6 = {}^3/_9 = {}^4/_{12} = {}^5/_{15}$ usw.

> **Regel:** Man **erweitert** einen Bruch, indem man **Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert.**

4. Das Kürzen der Brüche

${}^3/_6 = 1/_2$, ${}^5/_{15} = 1/_3$, ${}^9/_{12} = 3/_4$, ${}^{21}/_{35} = 3/_5$, ${}^{25}/_{45} = 5/_9$.

> **Regel:** Man **kürzt** einen Bruch, indem man **Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.**

Das Erweitern und Kürzen der Brüche wenden wir **beim Addieren und Subtrahieren der gewöhnlichen Brüche** an. Durch das Erweitern und Kürzen der Brüche wird der **Wert** eines Bruches **nicht geändert.**

5. Das Gleichnamigmachen der Brüche

Man unterscheidet:

a) gleichnamige Brüche: ${}^2/_7$, ${}^3/_7$, ${}^4/_7$, ${}^5/_7$; die **Nenner** sind **gleich;**
b) ungleichnamige Brüche: ${}^2/_3$, ${}^3/_4$, ${}^4/_5$, ${}^5/_6$; die **Nenner** sind **ungleich.**

Ungleichnamige Brüche, die addiert oder subtrahiert werden sollen, müssen **zunächst gleichnamig** gemacht werden.

${}^2/_3$, ${}^3/_4$, ${}^4/_5$, ${}^5/_6$, ${}^7/_{10}$, ${}^5/_{12}$ = ${}^{40}/_{60}$, ${}^{45}/_{60}$, ${}^{48}/_{60}$, ${}^{50}/_{60}$, ${}^{42}/_{60}$, ${}^{25}/_{60}$.

> **Regel:** Man macht **Brüche gleichnamig,** indem man ihnen einen **gemeinsamen Nenner** gibt.

6. Das Verwandeln gewöhnlicher Brüche in Dezimalbrüche

a) durch Erweitern:

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0{,}5$ $\quad \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0{,}25$ $\quad \frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0{,}125$

indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert.

b) durch Teilen: $\frac{4}{7} = 4 : 7 = 0{,}571 = 0{,}57$ $\quad \frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625 = 0{,}63$

indem man den Zähler durch den Nenner dividiert.

Geht dabei die **Division ohne Rest** auf: $\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$, so ist es ein **endlicher Dezimalbruch.**

Geht die Division nicht auf und kehren nach dem Komma **immer die gleichen Ziffern** wieder: $\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0{,}\overline{666}$, so ist es ein **unendlicher** oder **periodischer Dezimalbruch.**

Merke: Endergebnisse werden stets mit einem **Dezimalbruch** ausgedrückt; also nicht $12^8/_9$ DM, sondern 12,888 DM = **12,89 DM.**

7. Das Verwandeln von Dezimalbrüchen in gewöhnliche Brüche

durch Kürzen: $0{,}375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$ $\quad 0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ $\quad 0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

indem man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.

Übungsaufgabe 47

a) Verwandle in **unechte Brüche:** $1^3/_4$, $3^5/_7$, $9^4/_5$, $12^3/_8$, $15^7/_9$!
b) Verwandle in **gemischte Zahlen:** ${}^7/_4$, ${}^{13}/_5$, ${}^{11}/_7$, ${}^{29}/_{12}$, ${}^{48}/_{15}$!
c) **Erweitere:** ${}^3/_5$, ${}^5/_6$, ${}^7/_9$, ${}^4/_{12}$, ${}^{15}/_{20}$ mit 2, 3, 4, 5!
d) **Kürze:** ${}^3/_6$, ${}^4/_8$, ${}^6/_9$, ${}^9/_{24}$, ${}^{21}/_{36}$, ${}^{15}/_{45}$, ${}^{54}/_{60}$, ${}^{75}/_{100}$, ${}^{125}/_{500}$, ${}^{375}/_{1000}$!
e) **Mache gleichnamig:** $1/_2$, ${}^2/_3$, ${}^3/_4$; ${}^5/_8$, ${}^3/_4$, ${}^7/_{12}$; $1/_2$, ${}^3/_4$, ${}^3/_5$; ${}^2/_3$, ${}^4/_5$, ${}^5/_6$; ${}^3/_4$, ${}^5/_6$ ${}^7/_9$!
f) Verwandle in **Dezimalbrüche:** $1/_2$, ${}^3/_4$, ${}^4/_5$, ${}^5/_8$, ${}^7/_{20}$, ${}^3/_{25}$, ${}^9/_{50}$, ${}^3/_{125}$, ${}^{11}/_{200}$, ${}^{13}/_{250}$!
g) Verwandle in **gewöhnliche Brüche:** 0,7; 0,25; 0,80; 0,625; 0,875!

fernmeldelehrling.de

II. Die Teilbarkeit der Zahlen — Primzahlen

1. Primzahlen

Zahlen, die sich nur **durch 1** und **durch sich selbst** teilen lassen (1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 usw.), nennt man **Primzahlen.**

Alle Zahlen, die durch 2 teilbar sind, nennt man **gerade Zahlen,** die übrigen nennt man **ungerade Zahlen.** Alle **geraden Zahlen** außer der 2 sind **keine Primzahlen.**

Suche die Primzahlen zwischen 1 und 100!

2. Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl ist **ohne Rest** teilbar durch:

2: wenn die letzte Stelle eine gerade Zahl ist;
3: wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist;
4: wenn die letzten beiden Stellen durch 4 teilbar sind;
5: wenn die letzte Stelle eine 5 oder 0 ist;
6: wenn sie durch 2 und 3 teilbar ist;
8: wenn die letzten drei Stellen durch 8 teilbar sind;
9: wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist;
10: wenn die letzte Stelle eine 0 ist;
12: wenn sie durch 3 und 4 teilbar ist;
15: wenn sie durch 3 und 5 teilbar ist;
18: wenn sie durch 2 und 9 teilbar ist;
24: wenn sie durch 3 und 8 teilbar ist;
25: wenn die letzten beiden Stellen durch 25 teilbar sind;
100: wenn die letzten beiden Stellen Nullen sind.

III. Der größte gemeinsame Teiler

24 und 36 haben die **gemeinsamen Teiler** 2, 3, 4, 6, 12.

Der **größte gemeinsame Teiler** ist **12.**

Wir finden den größten gemeinsamen Teiler durch die **Primteiler-Zerlegung,** d. h. durch die **Zerlegung in Primfaktoren.** So ist z. B. **60** = 2 · 2 · 3 · 5 (nicht: 2 · 30 oder 4 · 15; denn 4, 15 und 30 sind keine Primzahlen). Es dürfen also **nur Primzahlen** erscheinen.

Beispiele:

a) $24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3}$
$36 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 3 \cdot \underline{3}$

b) $45 = \underline{3} \cdot 3 \cdot \underline{5}$
$75 = \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{5}$

Merke: Die **Primteiler,** die **in beiden Reihen gemeinsam** vorkommen, werden **unterstrichen;** dann werden die **unterstrichenen Primteiler einer Reihe multipliziert.**

Also: a) 2 · 2 · 3 = **12** b) 3 · 5 = **15**

12 bzw. 15 sind **die größten gemeinsamen Teiler.**

> **Regel: Die gemeinsamen Primteiler werden unterstrichen und multipliziert;** das **Produkt der Faktoren** ist dann **der größte gemeinsame Teiler.**

Man gebraucht den größten gemeinsamen Teiler beim **Kürzen der Brüche.**

Übungsaufgabe 48

Suche den größten gemeinsamen Teiler von:

18 und 42; 128 und 162; 24, 36 und 45; 96, 144 und 204; 48, 120, 216 und 288!

IV. Das kleinste gemeinsame Vielfache (Hauptnenner)

24 und 36 haben die **gemeinsamen Vielfachen:** 72, 144, 216, 360 usw.

Das **kleinste gemeinsame Vielfache** ist **72.**

Wir finden das kleinste gemeinsame Vielfache ebenfalls durch die **Primteiler-Zerlegung.**

Beispiele:

a) $24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 3$
$36 = 2 \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}$

b) $45 = \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 5$
$75 = 3 \cdot \underline{5} \cdot \underline{5}$

Merke: Diesmal werden die **Primteiler in der Reihe unterstrichen,** in der sie **am häufigsten vorkommen** (kommen sie in beiden Reihen gleich oft vor, dann werden sie nur in einer Reihe unterstrichen); dann werden die **unterstrichenen Primteiler beider Reihen multipliziert.**

Also: a) 2 · 2 · 2 · 3 · 3 = **72** b) 3 · 3 · 5 · 5 = **225**

72 bzw. 225 sind **das kleinste gemeinsame Vielfache.**

> **Regel: Die am häufigsten vorkommenden Primteiler werden unterstrichen und multipliziert;** das **Produkt der Faktoren** ist dann **das kleinste gemeinsame Vielfache:** der **Hauptnenner.**

Man gebraucht das kleinste gemeinsame Vielfache beim **Addieren (Gleichnamigmachen) der gewöhnlichen Brüche.**

Beispiel: $^{7}/_{15} + {}^{13}/_{20} + {}^{9}/_{25} + {}^{11}/_{30} + {}^{14}/_{35}$

Wir suchen zuerst den gemeinsamen Nenner, den **Hauptnenner.** Man findet den Hauptnenner durch die **Primteiler-Zerlegung:**

Wir unterscheiden **zwei Arten der Primteiler-Zerlegung:**

a)

	15	20	25	30	35
2		10		15	
2		5			
3	5			5	
5	1	1	5	1	7
5			1		
7					1

also: 2 · 2 · 3 · 5 · 5 · 7 = **2100**

Erklärung zu Beispiel a:

Die Zahlen **15, 20, 25, 30** und **35** sind die **Nenner** der Brüche, die addiert werden sollen.

Von diesen Nennern ist der **Hauptnenner** zu suchen.

Wir setzen diese Nenner nebeneinander **auf den waagerechten Strich.**

fernmeldelehrling.de

Wir teilen die Nenner, sofern sie sich teilen lassen, zuerst durch 2; es erscheinen 10 und 15.
Die 10 läßt sich noch einmal durch 2 teilen : ist 5.
Durch 2 läßt sich nun nicht mehr teilen; wir nehmen die nächste Primzahl: 3! Es erscheinen 5 und 5.
Wir teilen durch die nächste Primzahl: durch 5! = 1, 1, 5, 1 und 7.
Wir teilen noch einmal durch 5: ist 1.
Wir teilen durch 7: ist 1.
Jetzt haben wir bei allen Nennern die **Primzahl 1** errechnet.
Die **Primzahlen 2, 2, 3, 5, 5 und 7,** die **neben dem senkrechten Strich** erscheinen, werden nun miteinander **multipliziert.**
Das Produkt der Primzahlen ($2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = \underline{\underline{2\,100}}$) ist der **Hauptnenner.**

b) 15	$3 \cdot 5$
20	$2 \cdot 2 \cdot 5$
25	$5 \cdot 5$
30	$2 \cdot 3 \cdot 5$
35	$5 \cdot 7$

also: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = \underline{\underline{2100}}$

Erklärung zu Beispiel b:
Wir schreiben die **Nenner 15, 20, 25, 30 und 35 senkrecht untereinander** und zerlegen sie in ihre **Primteiler**: $15 = 3 \cdot 5$; $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ usw.
Dabei merke: es dürfen **nur Primzahlen** erscheinen!
Also: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, nicht: $24 = 4 \cdot 6$.
Nun unterstreichen wir die **Primzahl 2** in der Reihe, in der sie am häufigsten vorkommt: also bei 20.
Die **Primzahl 3** kommt in 3 Reihen je einmal vor; wir unterstreichen sie nur einmal, und zwar in der obersten Reihe.
Die **Primzahl 5** kommt am häufigsten bei 25 vor.
Die **Primzahl 7** kommt nur einmal vor.
Das Produkt der unterstrichenen Primzahlen $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = \underline{\underline{2100}}$ **ist der Hauptnenner.**

Übungsaufgabe 49

Suche das kleinste gemeinsame Vielfache von:
12, 18 und 27; 10, 15 und 40; 16, 24 und 30; 15, 21, 25 und 36; 12, 15, 24, 27 und 35!

V. Das Zuzählen (Addieren) von gewöhnlichen Brüchen

1. Das Addieren von gleichnamigen Brüchen

$$^3/_{12} + {}^2/_{12} + {}^5/_{12} + {}^1/_{12} = \frac{3 + 2 + 5 + 1}{12} = {}^{11}/_{12}$$

Regel: Man addiert **gleichnamige Brüche,** indem man die **Zähler addiert;** der **Nenner** bleibt **unverändert.**

2. Das Addieren von ungleichnamigen Brüchen

$$^5/_{10} + {}^7/_{12} + {}^3/_5 + {}^4/_6 = \frac{30 + 35 + 36 + 40}{60} = {}^{141}/_{60} = 2^{21}/_{60} = 2^7/_{20}$$

Regel: Man addiert **ungleichnamige Brüche,** indem man sie zuerst **gleichnamig** macht und dann die **Zähler addiert.**

3. Das Addieren von gemischten Zahlen

$$3^2/_3 + 4^5/_6 + 5^3/_4 = 12 + \frac{8 + 10 + 9}{12} = 12 + 2^5/_{12} = 14^5/_{12} = 14^1/_4$$

Regel: Man addiert **gemischte Zahlen,** indem man zuerst die **ganzen Zahlen,** dann die **Brüche addiert.**

Schriftliche Darstellung:

a)

	24
$16^2/_3$	16
$23^3/_4$	18
$26^1/_2$	12
$15^7/_{12}$	14
$32^5/_8$	15
	$^{75}/_{24}$
3	$^3/_{24}$
115	$^1/_8$

b)

	60
$324^1/_2$	30
$218^2/_3$	40
$432^3/_4$	45
$537^5/_6$	50
$148^4/_5$	48
	$^{213}/_{60}$
3	$^{33}/_{60}$
1 662	$^{11}/_{20}$

Erklärung des Beispiels a:

Wir addieren zuerst die Brüche.
Der **Hauptnenner 24** wird oben niedergeschrieben.
Wir machen die Brüche gleichnamig:
$^2/_3 = {}^{16}/_{24}$; $^3/_4 = {}^{18}/_{24}$; $^1/_2 = {}^{12}/_{24}$; $^7/_{12} = {}^{14}/_{24}$; $^5/_8 = {}^{15}/_{24}$;
von diesen Brüchen werden **nur die Zähler** niedergeschrieben.
Wir addieren die Zähler der gleichnamigen Brüche: $^{75}/_{24}$.
Wir verwandeln den unechten Bruch in eine gemischte Zahl: $3^3/_{24}$; der **Bruch** $^3/_{24}$ wird **gekürzt:** $^1/_8$.
Wir addieren die Ganzen; die 3 wird mit den Einern addiert: 115
Ergebnis: $\underline{\underline{115^1/_8}}$
Auf die gleiche Art wird **Beispiel b** gelöst.

Übungsaufgabe 50

a) $^1/_4 + {}^3/_4 + {}^5/_4$; $^7/_{15} + {}^{11}/_{15}$; $15^1/_2 + 17^1/_2$; $3^3/_5 + 5^4/_5 + 9^2/_5$;
b) $^2/_3 + {}^3/_4$; $^3/_4 + {}^4/_5$; $^5/_6 + {}^7/_9$; $^5/_{12} + {}^9/_{15}$; $^{16}/_{18} + {}^7/_{12}$;
c) $^2/_3 + {}^3/_4 + {}^4/_5 + {}^5/_6$; $^1/_2 + {}^3/_4 + {}^5/_9$; $^9/_{12} + {}^7/_{18} + {}^5/_6 + {}^3/_4 + {}^8/_9$;
d) $12^1/_2 + 15^3/_4$; $18^4/_5 + 12^5/_6$; $27^4/_{15} + 8^7/_{12}$; $5^7/_{24} + 14^5/_8$;
e) $2^2/_3 + 3^3/_4 + 7^5/_6 + 9^1/_2 + 12^4/_5$; $18^3/_4 + 27^4/_9 + 36^5/_6 + 45^1/_2$;
f) $82^3/_4 + 65^5/_6 + 28^5/_9 + 36^3/_5 + 77^2/_3 + 136^1/_2$.

fernmeldelehrling.de

Angewandte Aufgaben

51. Peter hat $4^{2}/_{3}$ Dutzend Nüsse, Paul $3^{3}/_{4}$ Dutzend. Wieviel Nüsse haben beide zusammen?
52. A ist $52^{3}/_{4}$ Jahre alt, B um $12^{3}/_{4}$ Jahre älter. Wie alt ist B?
53. Für einen Rock benötigt ein Schneider $1^{1}/_{2}$ m Stoff, für eine Hose $1^{1}/_{4}$ m, für eine Weste $^{3}/_{5}$ m. Wieviel m Stoff benötigt er zum ganzen Anzug?
54. Von einem Ballen Leinen wurden verkauft: $4^{1}/_{2}$ m, $8^{3}/_{4}$ m und 15 m; der Rest beträgt $7^{3}/_{4}$ m. Wieviel m Leinen hatte der Ballen?
55. Vier Postpakete wiegen $12^{1}/_{2}$ kg, $8^{3}/_{4}$ kg, $13^{4}/_{5}$ kg und $9^{7}/_{10}$ kg. Wieviel beträgt das Gesamtgewicht?
56. Ein Händler kauft Eier: $4^{7}/_{15} + 55^{11}/_{15} = 4^{9}/_{15} = 6^{3}/_{15}$ Schock. Ein Schock bezahlt er mit 12,50 DM. Wieviel muß er zahlen?
57. Für die Beleuchtung eines Postamts wurden im Januar $243^{1}/_{6}$, im Februar $203^{3}/_{4}$, im März $178^{2}/_{3}$ Brennstunden benötigt. Wieviel Brennstunden waren das im Vierteljahr?
58. Ein Landwirt bebaute $15^{7}/_{12}$ ha mit Weizen, $35^{11}/_{20}$ ha mit Roggen, $23^{7}/_{8}$ ha mit Gerste und $12^{4}/_{10}$ ha mit Hafer. Wieviel Hektar betrug das Ackerland insgesamt?

VI. Das Abziehen (Subtrahieren) von gewöhnlichen Brüchen

1. Das Subtrahieren von gleichnamigen Brüchen

$$^{18}/_{24} - {}^{9}/_{24} - {}^{6}/_{24} = \frac{18 - 9 - 6}{24} = {}^{3}/_{24} = {}^{1}/_{8}$$

Regel: Man subtrahiert **gleichnamige Brüche**, indem man die **Zähler subtrahiert**; der **Nenner** bleibt **unverändert.**

2. Das Subtrahieren von ungleichnamigen Brüchen

$$^{8}/_{9} - {}^{2}/_{3} - {}^{1}/_{6} = \frac{16 - 12 - 3}{18} = {}^{1}/_{12}$$

Regel: Man subtrahiert **ungleichnamige Brüche,** indem man sie zuerst **gleichnamig** macht und dann die **Zähler subtrahiert.**

3. Das Subtrahieren von gemischten Zahlen

$$7^{5}/_{12} - 3^{7}/_{15} = 4\ \frac{25 - 28}{60} = 3\ \frac{85 - 28}{60} = 3^{57}/_{60} = 3^{19}/_{20}$$

Regel: Man subtrahiert **gemischte Zahlen,** indem man zuerst die **ganzen Zahlen,** dann die **Brüche subtrahiert.**

Ist der Bruch des Subtrahenden größer als der Bruch des Minuenden, dann wird **1 Ganzes entliehen.**

Schriftliche Darstellung:

a)

		24
$234^{5}/_{6}$	20	
$-\ 148^{3}/_{8}$	9	
86	$^{11}/_{24}$	

b)

		12	
$327^{2}/_{3}$	8 + 12 = 20		
$-\ 284^{3}/_{4}$	9	9	
42			$^{11}/_{12}$

c)

		30		
$869^{2}/_{3}$	20 + 60 = 80			
$-\ 213^{5}/_{6}$	25			
$-\ 158^{4}/_{5}$	24	—		64
$-\ 174^{1}/_{2}$	15			
322				$^{16}/_{30}$ $^{8}/_{15}$

Erklärung des Beispiels a:

Wir subtrahieren zuerst die **Brüche,** nachdem wir sie **gleichnamig** gemacht haben. Der **Bruch des Subtrahenden** ($^{9}/_{24}$) ist **kleiner** als der des Minuenden ($^{20}/_{24}$) und kann subtrahiert werden: $^{20}/_{24} - {}^{9}/_{24} = {}^{11}/_{24}$.

Sodann werden die **ganzen Zahlen** subtrahiert: **86.**

Gesamtergebnis: $86^{11}/_{24}$

Erklärung des Beispiels b:

Wir subtrahieren zuerst wieder die **Brüche.**

Diesmal ist der **Bruch des Subtrahenden** ($^{9}/_{12}$) **größer** als der des Minuenden ($^{8}/_{12}$) und kann nicht subtrahiert werden; wir müssen deshalb **1 Einer** = $^{12}/_{12}$ beim Minuenden **entleihen.**

Der **Minuend** heißt nun nicht mehr 327, sondern 326.

Die entliehenen $^{12}/_{12}$ addieren wir zu den $^{8}/_{12}$ und rechnen: $^{20}/_{12} - {}^{9}/_{12} = {}^{11}/_{12}$.

Sodann werden die **ganzen Zahlen** subtrahiert: **42.**

Gesamtergebnis: $42^{11}/_{12}$

Erklärung des Beispiels c:

Wir subtrahieren gleichzeitig mehrere Subtrahenden.

Der gemeinsame **Hauptnenner** ist 30.

Die **Summe der Brüche der Subtrahenden** ($^{64}/_{30}$) ist **größer** als der des Minuenden ($^{20}/_{30}$). Wir müssen also **2 Einer** = $^{60}/_{30}$ beim Minuenden **entleihen.** Der **Minuend** heißt nun nur noch 867.

Die entliehenen $^{60}/_{30}$ addieren wir zu den $^{20}/_{30}$ und rechnen: $^{80}/_{30} - {}^{64}/_{30} = {}^{16}/_{30} = {}^{8}/_{15}$

Sodann werden die **ganzen Zahlen** in der bekannten Form (siehe Seite 14, Beispiel 4) subtrahiert: **322.**

Gesamtergebnis: $322^{8}/_{15}$

Übungsaufgabe 59

a) $4^{1}/_{2} - {}^{1}/_{3}$; $8^{5}/_{12} - {}^{4}/_{15}$; $9^{17}/_{20} - 3^{3}/_{5}$; $16^{4}/_{5} - 9^{3}/_{12}$; $25^{7}/_{9} - 16^{3}/_{4}$;

b) $54^{3}/_{4} - 41^{7}/_{9}$; $76^{2}/_{9} - 38^{5}/_{6}$; $48^{3}/_{7} - 15^{3}/_{4}$; $326^{11}/_{15} - 238^{17}/_{20}$;

c) $9^{9}/_{10} - 2^{1}/_{5} - 3^{2}/_{5} - 2^{1}/_{4}$; $9^{3}/_{4} - 4^{1}/_{2} - 1^{3}/_{8} - 2^{3}/_{12}$; $46^{5}/_{6} - 17^{3}/_{5} - 12^{1}/_{2} - 9^{2}/_{3}$; $124^{7}/_{9} - 36^{3}/_{4} - 17^{2}/_{3} - 15^{1}/_{2} - 23^{5}/_{6}$; $384^{2}/_{3} - 56^{3}/_{4} - 48^{5}/_{8} - 39^{1}/_{6} - 85^{3}/_{5} - 67^{1}/_{2}$.

Angewandte Aufgaben

60. A ist $37^{3}/_{4}$ Jahre, B $31^{5}/_{6}$ Jahre alt. Wieviel Jahre ist A älter als B?
61. Zwei Frauen bekommen ein Wurstpaket von $8^{3}/_{5}$ kg; die eine nimmt davon $4^{1}/_{2}$ kg, wieviel erhält die andere?
62. Der Kaufmann kauft eine Ware mit $36^{3}/_{4}$ DM ein und verkauft sie mit $43^{4}/_{5}$ DM. Wie groß ist der Gewinn?
63. Ein D-Zug hat eine Geschwindigkeit von $28^{5}/_{6}$ m/s, ein Dampfer von $15^{2}/_{3}$ m/s. Wieviel beträgt der Unterschied?
64. Von einem Ballen Leinen, der 20 m lang ist, werden $3^{3}/_{4}$ m, $6^{1}/_{2}$ m und $8^{4}/_{5}$ m verkauft. Wieviel m bleiben übrig?
65. Von 3 Ballen Stoff à 25 m blieben folgende Reste: $3^{9}/_{10}$ m, $4^{3}/_{5}$ m und $2^{3}/_{4}$ m. Wieviel m waren verkauft?
66. Ein Postomnibus fuhr an den 6 Tagen der Woche $35^{7}/_{10}$, $42^{3}/_{5}$, $53^{1}/_{5}$, $56^{3}/_{4}$, $45^{1}/_{2}$ und $58^{11}/_{20}$ km, ein anderer $36^{7}/_{10}$, $42^{7}/_{8}$, $48^{3}/_{5}$, $53^{4}/_{25}$, $62^{3}/_{4}$ und $65^{17}/_{100}$ km. Wieviel km legte der eine Kom mehr zurück als der andere?

fernmeldelehrling.de

67. Die Oberfläche der Erde ist auf 510 Mill. qkm berechnet. Der Anteil der Landfläche beträgt 149$^{3}/_{5}$ Mill. qkm. a) Wie groß ist die Wasserfläche? b) Berechne den Unterschied zwischen der Land- und Wasserfläche!

VII. Das Malnehmen (Multiplizieren) von gewöhnlichen Brüchen

1. Das Multiplizieren von Brüchen mit ganzen Zahlen

$^{5}/_{12} \cdot 9 = {}^{45}/_{12} = 3^{9}/_{12} = 3\frac{3}{4}$

Regel: Man multipliziert einen Bruch mit einer ganzen Zahl, indem man **nur** den **Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert.**

2. Das Multiplizieren von gemischten Zahlen mit ganzen Zahlen

$3\frac{3}{4} \cdot 3 = {}^{15}/_{4} \cdot 3 = {}^{45}/_{4} = 11^{1}/_{4}$

Regel: Man multipliziert eine gemischte Zahl mit einer ganzen Zahl, indem man die **gemischte Zahl** in einen **unechten Bruch** verwandelt und dann den **Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert.**

3. Das Multiplizieren von Brüchen mit Brüchen

$^{2}/_{3} \cdot {}^{4}/_{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = {}^{8}/_{15}$; $^{2}/_{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot {}^{4}/_{5} \cdot {}^{5}/_{6} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = {}^{120}/_{360} = {}^{1}/_{3}$

Regel: Man multipliziert Brüche mit Brüchen, indem man das **Produkt der Zähler durch** das **Produkt der Nenner dividiert,**
also: $\frac{\text{Zähler} \cdot \text{Zähler}}{\text{Nenner} \cdot \text{Nenner}}$

4. Das Multiplizieren von gemischten Zahlen mit gemischten Zahlen

$2\frac{3}{4} \cdot 1^{2}/_{3} = \frac{11 \cdot 5}{4 \cdot 3} = {}^{55}/_{12} = 4^{7}/_{12}$

Regel: Man multipliziert gemischte Zahlen mit gemischten Zahlen, indem man die **gemischten Zahlen** in **unechte Brüche** verwandelt und dann die **Brüche multipliziert.**

Übungsaufgabe 68

a) $\frac{3}{4} \cdot 5$; $^{5}/_{12} \cdot 9$; $^{13}/_{24} \cdot 6$; $^{13}/_{15} \cdot 12$; $^{21}/_{36} \cdot 15$;

b) $7\frac{1}{2} \cdot 5$; $6^{3}/_{8} \cdot 7$; $9^{5}/_{12} \cdot 15$; $18^{7}/_{21} \cdot 23$; $25^{11}/_{12} \cdot 36$;

c) $\frac{3}{4} \cdot {}^{6}/_{7}$; $^{5}/_{8} \cdot {}^{8}/_{9}$; $^{11}/_{12} \cdot {}^{14}/_{15}$; $^{7}/_{8} \cdot {}^{5}/_{9} \cdot {}^{11}/_{12}$; $\frac{3}{4} \cdot {}^{5}/_{6} \cdot {}^{4}/_{9} \cdot {}^{8}/_{11}$;

d) $2^{4}/_{5} \cdot 3^{3}/_{4}$; $3^{4}/_{6} \cdot 2^{1}/_{3} \cdot 4^{3}/_{5}$; $8^{5}/_{7} \cdot 9^{3}/_{6} \cdot 17^{5}/_{12}$;

e) $12^{3}/_{4} \cdot 5^{7}/_{15} \cdot 2^{4}/_{7} \cdot 8^{11}/_{12}$; $3\frac{3}{4} \cdot 4^{4}/_{5} \cdot 6^{5}/_{9} \cdot 18^{2}/_{3} \cdot 24^{5}/_{6}$.

Angewandte Aufgaben

69. Ein Landzusteller legt in der Stunde $4^{1}/_{5}$ km zurück. Wieviel km legt er in $3\frac{1}{2}$ Stunden zurück?

70. A bekommt 15 Zentner, B 12 Zentner Kohlen. 1 Zentner kostet $4^{1}/_{4}$ DM. Wieviel hat jeder zu zahlen?

71. In Deutschland werden täglich für 8 Mill. DM Tabak verraucht; davon müssen $^{3}/_{8}$ als Steuern bezahlt werden. Wieviel DM sind das im Jahr?

72. Die atmosphärische Luft besteht zu $^{4}/_{5}$ aus Stickstoff und zu $^{1}/_{5}$ aus Sauerstoff. Wieviel m³ Stickstoff und wieviel m³ Sauerstoff enthält ein Lehrsaal mit $218^{3}/_{4}$ m³ Rauminhalt?

73. Drei Dienstzimmer eines FA mit einem Flächeninhalt von $14\frac{1}{2}$ qm, $16^{1}/_{4}$ qm und $18\frac{3}{4}$ qm werden mit Linoleum belegt. 1 qm kostet 4,50 DM. Wieviel kostet der gesamte Bodenbelag?

74. In einem Haushalt wurden verbraucht: an 12 Tagen je $1\frac{3}{4}$ cbm, an 10 Tagen je $1\frac{1}{2}$ cbm, an 8 Tagen je $1^{1}/_{4}$ cbm Gas. Wieviel wurden im ganzen Monat verbraucht?

75. Jemand kauft Brennholz für den Winter: $1\frac{1}{2}$ Raummeter (rm) Buchenholz, 1 rm zu 16,30 DM, $2^{1}/_{4}$ rm Kiefernholz, 1 rm zu 13,80 DM und $2\frac{3}{4}$ rm Reiserholz, 1 rm zu 9,40 DM. Wieviel muß er bezahlen?

76. Ein Güterzug hat 18 Kohlenwagen à 20 t und 23 Wagen à 15 t. In einem 20 t-Wagen sind $24^{3}/_{5}$ m³, in einem 15 t-Wagen $18\frac{3}{4}$ m³ Kohlen. Wieviel m³ enthält der ganze Zug?

VIII. Das Teilen (Dividieren) von gewöhnlichen Brüchen

1. Das Dividieren von Brüchen durch ganze Zahlen

a) $^{8}/_{9} : 4 = {}^{2}/_{9}$ b) $^{1}/_{4} : 2 = {}^{1}/_{8}$; $\frac{3}{4} : 2 = {}^{3}/_{8}$

Regel: Man dividiert einen Bruch durch eine ganze Zahl, indem man
a) den **Zähler** durch die ganze Zahl **dividiert**
oder — wenn das nicht geht —
b) den **Nenner** mit der ganzen Zahl **multipliziert.**

2. Das Dividieren von gemischten Zahlen durch ganze Zahlen

$23^{4}/_{5} : 6 = {}^{119}/_{5} : 6 = {}^{119}/_{30} = 3^{29}/_{30}$

Regel: Man dividiert eine gemischte Zahl durch eine ganze Zahl, indem man die **gemischte Zahl** in einen **unechten Bruch** verwandelt und dann den **Nenner** mit der ganzen Zahl **multipliziert.**

3. Das Dividieren von ganzen Zahlen durch Brüche

8 : 8 = 1	8 : ½ = 16
8 : 4 = 2	8 : ¼ = 32
8 : 2 = 4	8 : ⅛ = 64
8 : 1 = 8	8 : 1/16 = 128

Merke: Je **kleiner** der **Teiler,** desto **größer** das **Ergebnis.**
Halbiert sich der **Teiler,** so **verdoppelt** sich das **Ergebnis.**

fernmeldelehrling.de

Wir dividieren durch einen Bruch:

$8 : \frac{1}{2} = 16 \qquad 8 : \frac{1}{4} = 32 \qquad 8 : \frac{1}{8} = 64 \qquad 8 : \frac{1}{16} = 128$

Wir multiplizieren mit dem umgekehrten Bruch:

$8 \cdot \frac{2}{1} = 16 \qquad 8 \cdot \frac{4}{1} = 32 \qquad 8 \cdot \frac{8}{1} = 64 \qquad 8 \cdot \frac{16}{1} = 128$

Die **Ergebnisse** sind **die gleichen.**

Regel: Man dividiert eine ganze Zahl durch einen Bruch, indem man mit dem **umgekehrten Bruch multipliziert.**

4. Das Dividieren von Brüchen durch Brüche

$$\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} = \frac{15}{16} \qquad \frac{4}{5} : \frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 3} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$$

Regel: Man dividiert einen Bruch durch einen Bruch, indem man mit dem **umgekehrten Bruch multipliziert.**

5. Das Dividieren von gemischten Zahlen durch gemischte Zahlen

$$2\frac{2}{3} : 2\frac{3}{4} = \frac{8}{3} : \frac{11}{4} = \frac{8 \cdot 4}{3 \cdot 11} = \frac{32}{33}$$

Regel: Man dividiert gemischte Zahlen durch gemischte Zahlen, indem man die **gemischten Zahlen** in **unechte Brüche** verwandelt und dann mit dem **umgekehrten Bruch multipliziert.**

Übungsaufgabe 77

a) $\frac{28}{35} : 7$; $\frac{32}{45} : 8$; $\frac{84}{95} : 12$; $\frac{135}{148} : 15$; $\frac{141}{180} : 16$;

b) $3\frac{4}{5} : 8$; $7\frac{5}{8} : 12$; $10\frac{3}{5} : 15$; $18\frac{2}{3} : 24$; $23\frac{5}{6} : 32$;

c) $\frac{7}{9} : \frac{4}{5}$; $\frac{5}{12} : \frac{3}{4}$; $\frac{13}{15} : \frac{7}{12}$; $\frac{19}{24} : \frac{14}{15}$; $\frac{27}{35} : \frac{19}{21}$;

d) $6\frac{1}{2} : 2\frac{3}{5}$; $8\frac{2}{3} : 4\frac{1}{5}$; $5\frac{3}{4} : 3\frac{5}{6}$; $7\frac{1}{3} : 2\frac{2}{5}$; $12\frac{3}{4} : 10\frac{1}{2}$.

Angewandte Aufgaben

78. Ein Faß Wein von $37\frac{1}{2}$ l wird auf Flaschen à $\frac{3}{4}$ l gefüllt. Wieviel Flaschen werden benötigt?
79. Eine Pumpe schafft in der Stunde $5\frac{3}{4}$ m³. Wieviel m³ sind das in der Minute? Wieviel hl sind das?
80. Eine Petroleumlampe verbraucht an einem Abend $\frac{5}{8}$ l. Wieviel Abende reicht man mit einem Vorrat von 30 l?
81. Ein Wasserbehälter faßt $58\frac{1}{8}$ l. In wieviel Minuten ist er gefüllt, wenn das Zuflußrohr in der Minute $3\frac{3}{4}$ l schafft?
82. $14\frac{7}{8}$ dz Kaffee werden in Postpaketen zu je $2\frac{1}{2}$ kg netto versandt. Berechne die Anzahl der Postpakete!
83. Kaffee verliert beim Rösten rund $\frac{1}{5}$ seines Gewichtes. Es bleiben nach dem Rösten $26\frac{1}{5}$ kg übrig. Berechne das Rohgewicht des Kaffees!
84. Der Cochemer Tunnel ist $4\frac{2}{10}$ km lang. Wieviel Minuten braucht ein Zug, der in der Minute $1\frac{2}{5}$ km fährt, zu seiner Durchfahrt?
85. Wie lange reicht ein Koksvorrat von 375 Zentnern bei einem durchschnittlichen Tagesverbrauch von $2\frac{1}{2}$ Zentnern?

Übungsaufgabe 86

Zusammenfassung und Wiederholung (Reihenaufgaben):

a)	$8\frac{2}{3} + 7\frac{3}{4} =$	$- 14\frac{7}{12} =$	$\cdot 3\frac{1}{2} =$	$: 1\frac{1}{2} =$
b)	$12\frac{5}{8} + 8\frac{5}{6} =$	$- 19\frac{5}{24} =$	$\cdot 3\frac{2}{3} =$	$: 2\frac{1}{3} =$
c)	$2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{4} =$	$- 5\frac{7}{12} =$	$\cdot 2\frac{1}{6} =$	$: 2\frac{1}{2} =$
d)	$8\frac{1}{2} + 6\frac{2}{3} =$	$- 13\frac{5}{6} =$	$\cdot 1\frac{3}{4} =$	$: 1\frac{2}{3} =$
e)	$25\frac{3}{4} + 18\frac{4}{5} =$	$- 42\frac{7}{20} =$	$\cdot 2\frac{1}{2} =$	$: 1\frac{3}{4} =$

IX. Angewandte Aufgaben

87. A kauft am Postschalter: 20 Postkarten à 10 Pf, 100 Briefmarken à 7 Pf, 120 à 10, 80 à 15, 50 à 20 und 10 à 40 Pfennig. Wieviel behält er von 50,— DM übrig?
88. Am Postschalter werden folgende Beträge eingezahlt: 86,15 DM, 123,40 DM, 276,75 DM, 563,80 DM und 789,25 DM. Wieviel erhält man von 2 000 DM zurück: a) bei Überweisung durch Postanweisung, b) bei Überweisung durch Zahlkarte? (Gebührensätze auf Seite 47!) c) Wieviel ist die Überweisung durch Zahlkarte billiger?
89. Ein Haushalt verbrauchte: 45 cbm Gas à 42 Pf und 63 kWh Strom à 8,5 Pf. Die Gaszählergebühr beträgt monatlich 0,40 DM, die Stromzählergebühr 4,20 DM. Wieviel ist zu zahlen?
90. Eine Kilowattstunde Licht kostet 0,42 DM. Die Stromgebühren betrugen in 1 Monat einschließlich 0,60 DM Zählermiete 4,38 DM. Wieviel Stunden brannte durchschnittlich pro Tag eine 60-Watt-Lampe? (Monat = 30 Tage.)
91. Ein Grundstück von 4 500 qm wird gegen ein Grundstück von 54 a eingetauscht. Wieviel DM müssen zugezahlt werden, wenn 1 qm mit 2,35 DM berechnet wird?
92. Ein Lebensmittelhaus verkauft wöchentlich $136\frac{1}{2}$ kg Butter, $\frac{1}{2}$ kg zu 2,80 DM. Berechne den Vierteljahresumsatz!
93. Ein Schneider benötigt für einen Herrenanzug je nach Größe $3\frac{1}{5}$ m, $3\frac{1}{4}$ m oder $3\frac{3}{10}$ m Stoff. Der Stoff kostet je m 32,— DM. Für Macherlohn und Zutaten berechnet er je Anzug 130,— DM. Wieviel kosten die 3 Anzüge?
94. Ein Postfacharbeiter verdient wöchentlich 62,50 DM, seine beiden Söhne je 46,75 DM, seine Tochter 32,60 DM. Wie hoch ist das Jahreseinkommen der Familie?
95. Eine 5köpfige Familie verbraucht pro Tag und Kopf $\frac{3}{8}$ l Milch, das l zu 42 Pf. Wieviel gibt die Familie im Mai für Milch aus?
96. Ein Bauer hat 8 Kühe, jede Kuh gibt täglich im Durchschnitt 12 l Milch. Der Eigenverbrauch beträgt täglich 10 l, der Rest wird von der Molkerei mit 16 Pf pro l vergütet. Wie groß ist die Einnahme im August?
97. Eine BWKw zahlt in der Woche für 236 Arbeiter bei täglich 8stündiger Arbeitszeit 15 292,80 DM Lohn. Wieviel beträgt der Durchschnitts-Stundenlohn eines Arbeiters?
98. Eine Grünfläche von 17 100 qm soll bebaut werden. Es werden 2 Straßen von je 1 750 qm angelegt. Das übrige Gelände wird in Bauplätze von je 425 qm aufgeteilt. Wieviel Bauplätze gibt es?
99. Im Abstand von $12\frac{1}{2}$ m sollen zu beiden Seiten einer 2 km 625 m langen Landstraße Bäume angepflanzt werden. Wieviel Bäume werden benötigt?

fernmeldelehrling.de

100. Telegraphenstangen der Deutschen Bundespost haben einen Abstand von 50 m. Mit wieviel kg ist ein Mast mit 12 Drähten belastet, wenn 1 m Freileitungsdraht 17 g wiegt?

101. Eine Schreibtischlampe mit einer 40-Watt-Birne brennt täglich 5 Stunden. Eine Kilowattstunde Licht kostet 0,45 DM. a) Wieviel Stunden kann die Lampe brennen, bis 1 kWh verbraucht ist? b) Wieviel kostet 1 Brennstunde? c) Wieviel kWh verbraucht die Lampe im Dezember? d) Wieviel ist im Dezember zu zahlen?

102. Ein Förster läßt 840 Raummeter (rm) Brennholz schlagen. Er beschäftigt 6 Arbeitsgruppen zu je 3 Mann. Jede Gruppe schafft täglich in 8 Arbeitsstunden 10 rm. Der Stundenlohn eines Holzfällers beträgt 1,80 DM, der Akkordlohn 4,80 DM je rm. a) Wieviel Tage gebrauchen die 6 Arbeitsgruppen? b) Wieviel Stundenlohn, c) wieviel Akkordlohn muß der Förster insgesamt zahlen?

103. Ein D-Zug und ein Personenzug verlassen Düsseldorf zu gleicher Zeit in entgegengesetzter Richtung. Der D-Zug hat eine Stundengeschwindigkeit von 72 km, der Personenzug von 54 km. Wieviel km sind die beiden Züge nach 12 Minuten voneinander entfernt?

104. Die Schnell-Straßenbahn Düsseldorf-Duisburg hat eine Fahrzeit von 58 Minuten. Die Wartezeit an jeder Endstation beträgt 12 Minuten. Wie oft fährt die Bahn von 5.30 Uhr morgens bis 0.10 Uhr nachts von Düsseldorf nach Duisburg und zurück?

105. Die Sonne ist 150 000 000 km von der Erde entfernt. Ein Sonnenstrahl braucht, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, 8 1/3 Minuten. Wieviel km legt er in der Sekunde zurück?

106. Das Schlafzimmer der Dienstwohnung des AV eines PA beträgt 1/3, das Wohnzimmer 1/4, die Kochküche 1/12, das Kinderzimmer 1/6 und das Badezimmer 1/20 der Gesamtfläche; die Diele ist 10,5 qm groß. Wie groß ist der Flächeninhalt der ganzen Wohnung?

F. Die Dreisatzrechnung (Regeldetri)

Die **Dreisatzrechnung** — auch **Schlußrechnung** genannt — ist die wichtigste Rechnung im täglichen Leben, sie ist die **Grundlage aller bürgerlichen Rechnungsarten.**

Beim Dreisatz sind immer **drei Glieder gegeben,** das unbekannte **vierte Glied** wird **gesucht.** Die Lösung der Dreisatzaufgabe erfolgt durch den **Schluß auf die Einheit,** d. h. wir schließen von einer **bekannten Mehrheit** über eine **Einheit** auf eine **unbekannte Mehrheit.**

Wir unterscheiden:

I. einen **einfachen Dreisatz** mit **geradem Verhältnis,**
II. einen **einfachen Dreisatz** mit **umgekehrtem Verhältnis,**
III. einen **zusammengesetzten Dreisatz.**

a) Gerades Verhältnis

7 Arbeiter verdienen 35 DM
1 Arbeiter verdient 5 DM; es sind **weniger,** sie verdienen **weniger** Lohn;
5 Arbeiter verdienen 25 DM; es sind **mehr,** sie verdienen **mehr** Lohn.

Merke:

je mehr	desto mehr	je weniger	desto weniger
Ware	Geld	Ware	Geld
Menge	Gewicht	Menge	Gewicht
Arbeiter	Lohn	Arbeiter	Lohn
Zeit	Leistung	Zeit	Leistung

Vermehrt sich die eine Größe, so vermehrt sich auch die andere Größe — vermindert sich die eine Größe, so vermindert sich auch die andere Größe; das ist das gerade Verhältnis.

b) Umgekehrtes Verhältnis

7 Arbeiter brauchen 5 Tage
1 Arbeiter braucht 35 Tage; es sind **weniger,** sie brauchen **mehr** Tage;
5 Arbeiter brauchen 7 Tage; es sind **mehr,** sie brauchen **weniger** Tage.

Merke:

je mehr	desto weniger	je weniger	desto mehr
Arbeiter	Zeit	Arbeiter	Zeit
Zeit	Arbeiter	Zeit	Arbeiter
Verbrauch	reicht Vorrat	Verbrauch	reicht Vorrat

Vermehrt sich die eine Größe, so vermindert sich die andere Größe — vermindert sich die eine Größe, so vermehrt sich die andere Größe: das ist das umgekehrte Verhältnis.

I. Der einfache Dreisatz mit geradem Verhältnis

Jede Dreisatzaufgabe hat:

1. einen **Bedingungssatz** — **was wir wissen!** — 5 m kosten 60 DM
2. einen **Schlußsatz** — **wir schließen auf die Einheit!** — 1 m kostet 12 DM
3. einen **Fragesatz** — **was wir wissen wollen?** — 7 m kosten 84 DM

Daher der Name **Dreisatz.**

Jede Dreisatzaufgabe besteht aus einem **Ansatz** und einem **Bruchstrich.**

Beispiel: Wieviel kosten 5 m Stoff, wenn 3 m 36 DM kosten?

Der Ansatz — er besteht aus **2 Sätzen:**

1. Satz: Was wir wissen! 3 m Stoff kosten 36 DM
2. Satz: Was wir wissen wollen? 5 m Stoff kosten ? DM

Merke: Der **Aufbau des Ansatzes** ist **sehr wichtig.**
Von der **richtigen Aufstellung des Ansatzes** hängt die **richtige Lösung der Aufgabe** ab.
Die **Glieder mit gleicher Benennung** gehören **untereinander:** (m unter m, Stoff unter Stoff, DM unter DM).
Die **gesuchte Größe** (hier DM) steht **am Ende des 1. Satzes.**
Das **Fragezeichen** steht immer **am Ende des 2. Satzes.**

fernmeldelehrling.de

Die Ausrechnung — sie besteht aus **3 Sätzen:**

1. Satz: Was wir wissen!	3 m Stoff kosten	36 DM
2. Satz: Wir schließen auf die Einheit!	1 m Stoff kostet $\frac{36}{3}$	= 12 DM
3. Satz: Was wir wissen wollen?	5 m Stoff kosten $5 \cdot 12$	= 60 DM

Das Rechnen am Bruchstrich:

Aufgabe: Wieviel kosten $2\frac{1}{5}$ m Stoff, wenn $3\frac{1}{2}$ m 35 DM kosten?

Ansatz:

1. Satz: Was wir wissen!	$3\frac{1}{2}$ m Stoff kosten 35 DM
2. Satz: Was wir wissen wollen?	$2\frac{1}{5}$ m Stoff kosten ? DM

Ausrechnung:

$3\frac{1}{2}$ m Stoff kosten **35 DM**	— **auf** den Bruchstrich,
$\frac{1}{2}$ m Stoff kostet **den 7. Teil**	— **unter** den Bruchstrich,
1 m Stoff kostet **2× soviel**	— **auf** den Bruchstrich,
$\frac{1}{5}$ m Stoff kostet **den 5. Teil**	— **unter** den Bruchstrich,
$2\frac{1}{5}$ m Stoff kosten **11× soviel**	— **auf** den Bruchstrich.

Bruchstrich: $\frac{35 \text{ DM} \cdot 2 \cdot 11}{7 \cdot 5} = \underline{\underline{22 \text{ DM}}}$

Merke: Die **Zahl am Ende des 1. Satzes** kommt **auf den Bruchstrich.**
Was **malgenommen** wird, kommt **auf den Bruchstrich.**
Was **geteilt** wird, kommt **unter den Bruchstrich.**

Angewandte Aufgaben

107. In 3 Minuten verlädt ein Postfacharbeiter 48 Pakete. Welche Arbeitsleistung wird in 10 Minuten erbracht?
108. Ein D-Zug legt in $3\frac{3}{4}$ Stunden 450 km zurück. Wieviel beträgt seine Stundengeschwindigkeit?
109. Ein Bauplatz von 4,5 a kostet 6 750 DM. Wie teuer ist ein gleichwertiger Platz von $3\frac{1}{5}$ a?
110. Von einem 42 a großen Acker wurden 1 344 kg Kartoffeln geerntet. Wieviel dz erntet man bei gleichem Ertrag von $72\frac{1}{2}$ a?
111. Eine Wiese ist $13\frac{1}{2}$ Morgen groß. Von einem Drittel der Wiese erntet man 125 dz Heu. Wieviel t bringt der Rest ein?
112. A, B und C beziehen gemeinsam $12\frac{1}{2}$ kg Dauerwurst zum Preise von 67,50 DM. A nimmt $5\frac{1}{2}$ kg, B $4\frac{1}{4}$ kg, C den Rest. Wieviel hat jeder zu zahlen?
113. Ein Schwungrad macht in 10 Sekunden 50 Umdrehungen. Wieviel Umdrehungen macht es in $2\frac{1}{2}$ Stunden?
114. Ein Postomnibus fährt in 1 Stunde 45 km. Wieviel km legt er bei gleichbleibender Geschwindigkeit in 3 Stunden 20 Minuten zurück?
115. Der durchschnittliche Benzinverbrauch je 100 km beträgt bei einem LKW 24 l, bei einem PKW 10 l und bei einem Motorrad 4 l. Wieviel l Benzin benötigt a) ein LKW für 485 km, b) ein PKW für 625 km, c) ein Motorrad für 365 km?

116. Von einem Kabelgraben werden in 27 Tagen 1 215 m fertiggestellt. Wieviel m werden in 15 Tagen fertig?
117. Bei einem Stromverbrauch von 48 kWh wurden einschließlich 4,20 DM Grundgebühr im Monat Januar 8,04 DM bezahlt. Wieviel ist im Februar bei einem Stromverbrauch von 54 kWh zu zahlen?
118. Ein Schneider benötigt zu einem Herrenanzug 3,3 m Stoff, zu einem Knabenanzug $2\frac{1}{3}$ m. Der Preis für beide Anzugstoffe beträgt 202,80 DM. Für Macherlohn berechnet der Schneider je Anzug 125,— DM. Wieviel kostet a) der Herren-, b) der Knabenanzug?

II. Der einfache Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis

Beispiel: 6 Arbeiter werfen einen Graben in 10 Tagen aus.
Wieviel Tage brauchen 5 Arbeiter?

Ansatz:

1. Satz: Was wir wissen!	6 Arbeiter brauchen 10 Tage
2. Satz: Was wir wissen wollen?	5 Arbeiter brauchen ? Tage

Ausrechnung:

6 Arbeiter brauchen **10 Tage**	— **auf** den Bruchstrich,
1 Arbeiter braucht **6× soviel**	— **auf** den Bruchstrich,
5 Arbeiter brauchen **den 5. Teil**	— **unter** den Bruchstrich.

Bruchstrich: $\frac{10 \cdot 6}{5} = \underline{\underline{12 \text{ Tage}}}$

Merke: Auch beim **einfachen Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis** kommt
die **Zahl am Ende des 1. Satzes auf den Bruchstrich,**
das was **malgenommen** wird, **auf den Bruchstrich,**
das was **geteilt** wird, **unter den Bruchstrich.**

Angewandte Aufgaben

119. 10 Mechaniker setzen eine Nebenstellenanlage in 14 Tagen auf. Wieviel Tage brauchen 7 Mechaniker?
120. In wieviel Stunden entladen 26 Pfarb einen Paketpostzug, wenn 16 Arbeiter dazu $6\frac{1}{2}$ Stunden brauchen?
121. Wenn jemand täglich 6,— DM ausgibt, reicht sein Geld für 14 Tage Sommerfrische. Wie lange reicht es bei einer täglichen Ausgabe von 7½ DM?
122. Bei einem täglichen Verbrauch von $2\frac{1}{2}$ Zentnern Koks reicht der Kellervorrat eines PA 5 Monate. Wie lange reicht der Vorrat bei einem Tagesverbrauch von 3 Zentnern?
123. Um ein Faß Wein auf Flaschen zu füllen, gebraucht man 50 Flaschen à 0,7 l. Wieviel ½-l-Flaschen werden benötigt?
124. Jemand legt mit einem PKW bei durchschnittlicher Stundengeschwindigkeit von 60 km die Strecke Duisburg-Köln in 66 Minuten zurück. Mit welcher Geschwindigkeit muß er fahren, wenn er in 55 Minuten in Köln sein will?
125. 4 Arbeiter schachten einen Kabelgraben in 12 Tagen aus. Wieviel Arbeiter muß der Bauführer einsetzen, wenn der Kabelgraben in 8 Tagen fertig sein soll?
126. Zum Dielen eines Zimmers werden 35 Bretter von 20 cm Breite benötigt. Wieviel Bretter von 25 cm Breite sind erforderlich?

fernmeldelehrling.de

127. Eine Arbeit ist in 6 Tagen fertig, wenn die tägliche Arbeitszeit 8 Stunden beträgt. Wie lange muß täglich gearbeitet werden, wenn die Arbeit schon in 4 Tagen fertig sein soll?

128. Eine Straße soll auf beiden Seiten mit Bäumen bepflanzt werden. Bei einem Baumabstand von 7½ m gebraucht man 319 Bäume; wieviel Bäume benötigt man bei einem Abstand von 8¼ m?

129. Ein Rohr, das in der Minute 1,25 hl Wasser zuführt, füllt ein Becken in 18 Stunden. In welcher Zeit ist das Becken gefüllt, wenn das Rohr 1½ hl zuführt?

130. Eine Erdkabellinie wird von 180 Arbeitern in 72 Tagen gebaut. a) Wieviel Arbeiter sind notwendig, wenn die Kabellinie in 60 Tagen fertig sein soll? b) In wieviel Tagen wäre das Erdkabel verlegt, wenn ein Drittel Arbeiter mehr beschäftigt würde?

Hinweis zu Abschnitt I und II:

Der Bruchstrich beim g e r a d e n und u m g e k e h r t e n Verhältnis:

Schematische Darstellung

a) g e r a d e s Verhältnis:

Ansatz:

2	1
5 m kosten	25 DM
7 m kosten	? DM
3	

Bruchstrich:

$$\frac{25\ \text{DM} \cdot \overset{1}{7} \cdot \overset{3}{}}{\underset{2}{5}} = \underline{\underline{35\ \text{DM}}}$$

b) u m g e k e h r t e s Verhältnis:

Ansatz:

2	1
3 Arbeiter brauchen	15 Tage
5 Arbeiter brauchen	? Tage
3	

Bruchstrich:

$$\frac{15\ \text{Tage} \cdot \overset{1}{3} \cdot \overset{2}{}}{\underset{3}{5}} = \underline{\underline{9\ \text{Tage}}}$$

Erklärung:

Wenn wir in den vorstehenden Ansätzen
dem **Glied am Ende des 1. Satzes** die **Nummer 1,**
dem **Glied am Anfang des 1. Satzes** die **Nummer 2,**
dem **Glied am Anfang des 2. Satzes** die **Nummer 3** geben,
dann stellen wir nach längerer Übung der Dreisatzrechnung fest:

Beim g e r a d e n Verhältnis erscheinen die 3 bekannten Glieder des Ansatzes am Bruchstrich in folgender Reihenfolge:

Die **Nummer 1** erscheint **a u f dem Bruchstrich.**
Die **Nummer 2** erscheint **u n t e r dem Bruchstrich.**
Die **Nummer 3** erscheint **a u f dem Bruchstrich.**

also: $\frac{1 \cdot 3}{2}$

Beim u m g e k e h r t e n Verhältnis erscheinen die 3 bekannten Glieder des Ansatzes am Bruchstrich **in u m g e k e h r t e r Reihenfolge** (daher der Name):

Die **Nummer 1** erscheint **a u f dem Bruchstrich.**
Die **Nummer 2** erscheint **a u f dem Bruchstrich.**
Die **Nummer 3** erscheint **u n t e r dem Bruchstrich.**

also: $\frac{1 \cdot 2}{3}$

III. Der zusammengesetzte Dreisatz

Der zusammengesetzte Dreisatz besteht aus **mehreren einfachen Dreisätzen,** die **einzeln nacheinander gerechnet** werden.

Während **im einfachen Dreisatz** immer **3 Glieder gegeben** sind, um das unbekannte 4. Glied zu suchen, sind **im zusammengesetzten Dreisatz 5 oder 7 Glieder gegeben,** um das unbekannte 6. oder 8. Glied zu errechnen.

Beispiel: Wieviel verdienen 3 Arbeiter in 8 Tagen bei täglich 7stündiger Arbeitszeit, wenn 7 Arbeiter in 6 Tagen bei täglich 8stündiger Arbeitszeit 280 DM verdienen?

Ansatz:

7 Arbeiter verdienen in 6 Tagen bei 8stündiger Arbeitszeit 280 DM
3 Arbeiter verdienen in 8 Tagen bei 7stündiger Arbeitszeit ? DM

Ausrechnung:

Die Tage und die Arbeitszeit bleiben vorerst unberücksichtigt.
7 Arbeiter verdienen 280 DM

1 Arbeiter **den 7. Teil** (**unter** den Bruchstrich) = $\frac{280}{7}$

3 Arbeiter **3× soviel** (**auf** den Bruchstrich) = $\frac{280 \cdot 3}{7}$

Nun werden die Tage berücksichtigt.

In 6 Tagen verdienen 3 Arbeiter = $\frac{280 \cdot 3}{7}$

In 1 Tag **den 6. Teil** (**unter** den Bruchstrich) = $\frac{280 \cdot 3}{7 \cdot 6}$

In 8 Tagen **8× soviel** (**auf** den Bruchstrich) = $\frac{280 \cdot 3 \cdot 8}{7 \cdot 6}$

Nun wird die Arbeitszeit berücksichtigt.

Bei 8stündiger Arbeitszeit verdienen 3 Arbeiter in 8 Tagen = $\frac{280 \cdot 3 \cdot 8}{7 \cdot 6}$

Bei 1stündiger Arbeitszeit **den 8. Teil** (**unter** den Strich) = $\frac{280 \cdot 3 \cdot 8}{7 \cdot 6 \cdot 8}$

Bei 7stündiger Arbeitszeit **7× soviel** (**auf** den Strich) = $\frac{280 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 7}{7 \cdot 6 \cdot 8}$

Bruchstrich: $\frac{280 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 7}{7 \cdot 6 \cdot 8}$ gekürzt = **140 DM**

Also verdienen 3 Arbeiter in 8 Tagen bei 7stündiger Arbeitszeit **140 DM**

Merke: In der vorstehenden Aufgabe haben wir 3 einfache Dreisätze mit **geradem Verhältnis.** Es gibt aber auch Aufgaben mit **umgekehrtem Verhältnis** und solche, in denen **beide Verhältnisse abwechselnd** vorkommen.

Es ist also bei jeder Teilaufgabe das Verhältnis zu prüfen!

fernmeldelehrling.de

Angewandte Aufgaben

131. 3 Postfacharbeiter verladen in 4 Minuten 192 Pakete. Wieviel Pakete verladen 10 Postfacharbeiter in 20 Minuten?

132. 20 Lampen à 40 Watt verbrauchen in 4½ Stunden für 1,08 DM Strom. Für wieviel DM Strom verbrauchen 15 Lampen à 40 Watt in 5½ Stunden?

133. Wieviel verdienen 16 Arbeiter in 15 Tagen bei täglich 9stündiger Arbeitszeit, wenn 25 Arbeiter in 12 Tagen bei 8stündiger Arbeitszeit 3 250 DM verdienen?

134. Bei täglich 8stündiger Arbeitszeit verlegen 12 FArb ein Kabel in 21 Tagen. Wieviel Tage benötigen 10 Leute bei täglich 9stündiger Arbeitszeit für diese Arbeit?

135. In 6 Tagen verladen 20 Arbeiter bei 8stündiger Arbeitszeit 720 m³ Mutterboden. Wieviel Tage brauchen 24 Arbeiter bei 7stündiger Arbeitszeit für 840 m³?

136. Mit 7 Lastwagen, die täglich je 5 Fahrten ausführen, kann man einen Schleppkahn Kohlen in 4 Tagen entladen. Wieviel Lastwagen werden benötigt, wenn jeder Wagen täglich 2 Fahrten mehr machen und der Schleppkahn schon in 2 Tagen geleert sein muß?

137. Der Dachstuhl eines FZA wird gerichtet. Bei täglich 8stündiger Arbeitszeit arbeiten 3 Zimmerleute 18 Tage daran. Wie lange arbeiten 4 Zimmerleute, wenn sie täglich 1 Überstunde machen?

138. Ein Kabelgraben von 1 200 m Länge, 0,6 m Breite und 1½ m Tiefe wird in einer gewissen Zeit von 24 Arbeitern ausgehoben. Wieviel Arbeiter hat man nötig, um in derselben Zeit einen Kanal von 1 800 m Länge, 0,8 m Breite und 2½ m Tiefe zu bauen?

139. 30 Eisenbahnwagen mit Kohlen von je 15 t Inhalt werden von 5 Lastwagen in 3 Tagen leergefahren. Wieviel Lastwagen sind nötig, wenn 45 Eisenbahnwagen à 20 t in 5 Tagen leergeladen werden sollen?

140. Wenn 6 Arbeiter bei täglich 9stündiger Arbeitszeit in 5 Tagen einen Graben von 50 m Länge, 4½ m Breite und 2½ m Tiefe ausheben, wieviel Arbeiter sind dann nötig, um bei täglich 8stündiger Arbeitszeit in 6 Tagen einen 60 m langen, 5 m breiten und 3 m tiefen Graben auszuheben?

141. Der Kohlenvorrat eines Fernmeldeamtes reicht bei täglich durchschnittlichem Verbrauch von 8 Zentnern 10 Monate. Nach 3 Monaten steigt der tägliche Verbrauch auf 12 Zentner. Wie lange reicht der Kohlenvorrat insgesamt?

142. 5 Pferde kommen mit einem Vorrat Heu 6 Wochen aus. Nach 14 Tagen werden 2 Pferde verkauft. Wie lange reicht nun noch der Vorrat?

G. Die Prozentrechnung (Hundertrechnung)

(einschl. Promillerechnung)

Die **Prozentrechnung** ist eine **Dreisatzrechnung mit der feststehenden Zahl 100 ohne Berücksichtigung der Zeit.**

Prozent kommt aus dem Lateinischen (pro centum) und bedeutet **für oder von Hundert.** Das **Zeichen für Prozent** ist **%**.

Gewinn und Verlust, Preissteigerungen und Preissenkungen, Lohn- und Gehaltserhöhungen, Änderungen statistischer Zahlen usw. werden in % angegeben.

Der Kaufmann drückt den Gewinn in % aus:

Beispiel:

Mit **300 DM** gewinnt ein Kaufmann **45 DM.**
Mit **100 DM** gewinnt er 45 DM : 3 = 15 DM, also **15%.**
Bei der **Prozentrechnung** erscheinen **3 Werte:**
Grundwert, Prozentwert und **Prozentsatz.**
Die 300 DM sind der **Grundwert,** die 45 DM der **Prozentwert,** die 15% der **Prozentsatz.**

Von diesen 3 Werten sind stets **2 Werte gegeben,** der **3. Wert** wird **gesucht.**

a) Gegeben sind **Grundwert** und **Prozentsatz;** gesucht wird der **Prozentwert.**

b) Gegeben sind **Grundwert** und **Prozentwert;** gesucht wird der **Prozentsatz.**

c) Gegeben sind **Prozentwert** und **Prozentsatz;** gesucht wird der **Grundwert.**

Der Grundwert ist immer das Ganze oder 100%.

Hundertsätze (Prozentsätze)

Folgende feststehende **Hundertsätze** kommen bei der **Prozent- und Zinsrechnung** sehr oft vor. Präge sie dir daher gut ein!

1 Prozent = 1 von Hundert = 1 v. H. = $1\% = \frac{1}{100}$

1%	$= \frac{1}{100}$	$14\frac{2}{7}\%$	$= \frac{1}{7}$
2%	$= \frac{1}{50}$	$16\frac{2}{3}\%$	$= \frac{1}{6}$
$2\frac{1}{2}\%$	$= \frac{1}{40}$	20%	$= \frac{1}{5}$
$3\frac{1}{3}\%$	$= \frac{1}{30}$	25%	$= \frac{1}{4}$
4%	$= \frac{1}{25}$	$33\frac{1}{3}\%$	$= \frac{1}{3}$
5%	$= \frac{1}{20}$	40%	$= \frac{2}{5}$
$6\frac{2}{3}\%$	$= \frac{1}{15}$	50%	$= \frac{1}{2}$
$8\frac{1}{3}\%$	$= \frac{1}{12}$	60%	$= \frac{3}{5}$
$9\frac{1}{11}\%$	$= \frac{1}{11}$	$66\frac{2}{3}\%$	$= \frac{2}{3}$
10%	$= \frac{1}{10}$	75%	$= \frac{3}{4}$
$11\frac{1}{9}\%$	$= \frac{1}{9}$	80%	$= \frac{4}{5}$
$12\frac{1}{2}\%$	$= \frac{1}{8}$	100%	= das Ganze

Wir berechnen die Prozente:

1% von 300 DM = 3,00 DM 5% von 300 DM = 15,00 DM

Merke: $1\% = \frac{1}{100}$; das **Komma** wird **2 Stellen nach links** gesetzt.

Übungsaufgabe 143

Berechne:
a) 1% von 300, 400, 2 000, 5 600, 12 400, 125 000 DM!
b) 1% von 8, 36, 246, 650, 2 654, 48 670 DM!
c) 2%, 3%, 5%, 10%, 30% von 3, 18, 426, 3 475, 47 580, 136 427 DM!
d) ½%, ⅔%, ¾% von 12, 48, 384, 7 584, 36 408, 403 320 DM!

fernmeldelehrling.de

e) 1½%, 2⅔%, 3¾% von 36, 84, 672, 6 096, 42 864, 208 176 DM!

f) 1% und 10% von 150 DM; 560 kg; 35 hl; 48 t; 709 km; 123 g; 4,70 t; 12,3 DM; 5,7 hl; 87,5 kg; 1 234,7 km!

g) Verwandle in %: ½, ⅓, ¼, ⅕, ⅙, 1/7, ⅛, 1/9, 1/10, 1/11, 1/12, 1/15, 1/20, 1/25, 1/30, 1/50, 1/100!

h) Drücke durch einen Bruch aus: 80%, 75%, 66⅔%, 60%, 50%, 40%, 33⅓%, 25%, 20%, 12½%, 10%, 6⅔%, 5%, 4%, 3⅓%, 2½%, 2%, 1%!

I. Die allgemeine Prozentrechnung

1. Der Prozentwert wird gesucht

Bei der **Berechnung des Prozentwertes** unterscheiden wir:

a) eine **Prozentrechnung vom Hundert,**
dann berechnen wir den **Prozentwert** vom **Grundwert;**

b) eine **Prozentrechnung auf Hundert,**
dann schließen wir vom **vermehrten Grundwert** auf den **Grundwert;**

c) eine **Prozentrechnung im Hundert,**
dann schließen wir vom **verminderten Grundwert** auf den **Grundwert.**

Erklärung:

Der **Grundwert** ist stets **100%.**

Grundwert plus Aufschlag ergeben den **vermehrten Grundwert,**
d. h. bei einem **Aufschlag** von **10%** ist der vermehrte Grundwert **110%.**
Grundwert minus Abschlag ergeben den **verminderten Grundwert,**
d. h. bei einem **Abschlag** von **15%** ist der verminderte Grundwert **85%.**

a) Die Prozentrechnung vom Hundert
(Rechnung mit dem reinen Grundwert)

Gegeben sind **Grundwert** und **Prozentsatz;** gesucht wird der **Prozentwert.**

Beispiel: An 360 DM **(Grundwert)** gewinnt man 5% **(Prozentsatz).**
Berechne den **Prozentwert!**

Ausrechnung:

Der **Grundwert** (100%) ist **360 DM** — **auf** den Bruchstrich,
1% ist **der 100. Teil** davon — **unter** den Bruchstrich,
5% sind **5× soviel** — **auf** den Bruchstrich.

Bruchstrich: $\frac{360\ \text{DM} \cdot 5}{100}$ gekürzt = **18 DM**

Merke: Wir berechnen den **Prozentwert** vom **Grundwert.**

Regel: $\text{Prozentwert} = \frac{\text{Grundwert} \cdot \text{Prozentsatz}}{100}$

Angewandte Aufgaben

144. Ein Telegraphenleitungsaufseher verdient monatlich 360 DM und gibt 16⅔% für Miete aus. Wieviel beträgt die Monatsmiete?

145. Ein Haus, das 15 000 DM gekostet hat, bringt 6¾% Miete ein. Wie hoch ist der Mietertrag?

146. Jemand zahlte bislang 45 DM Miete im Monat; nach der Mieterhöhung zahlt er 15% mehr. Wieviel beträgt die neue Jahresmiete?

147. Kaffee verliert beim Rösten 18% des Gewichtes. Wieviel wiegt 1 Zentner Kaffee nach dem Rösten?

148. Ein Postbeamter mit einem Jahreseinkommen von 3 840 DM wird in den Ruhestand versetzt und erhält 75% als Ruhegehalt. Wieviel Ruhegehalt bekommt er monatlich?

149. Ein Postinspektor mit einem Monatseinkommen von 650 DM spart für das Studium seiner Kinder monatlich 4½%. Wieviel spart er in 18 Jahren?

150. Von 82 Mill. t Kohle wurden 65% von der Eisenbahn und 35% von der Schiffahrt befördert. Wieviel t beförderte a) die Eisenbahn, b) die Schiffahrt?

151. Der Waldbestand der Bundesrepublik Deutschland beträgt rund 6 854 200 ha. Davon sind 67,5% Nadelwald und 32,5% Laubwald. Berechne den Umfang des Bestandes, a) an Nadelwald, b) an Laubwald!

152. Eine Firma hatte einen Jahresumsatz von 720 640 DM. Daran war der Import mit 62,6% und der Export mit 37,4% beteiligt. Für wieviel DM wurde a) importiert, b) exportiert?

153. Ein Handelsvertreter erhält neben einem festen Gehalt von 250 DM 2½% Provision vom Monatsumsatz. Dieser betrug im letzten Monat 24 364 DM. Wie groß war sein Monatseinkommen?

154. An einem Betriebsausflug nahmen 880 Personen teil. Davon waren 25% Jugendliche, die eine Verzehrkarte über 5 DM erhielten. Von den Erwachsenen erhielten 55% Männer eine Verzehrkarte über 10 DM, die Ehefrauen eine über 7,50 DM. Wieviel verausgabte der Betrieb für Verzehrkarten?

155. Eine einfache Fahrt von Köln nach Dortmund kostet 2. Klasse 7,20 DM. Auf Sonntagsrückfahrten wird eine Ermäßigung von 33⅓% gewährt. Wieviel kostet die Sonntagsrückfahrkarte?

b) Die Prozentrechnung auf Hundert
(Rechnung mit dem vermehrten Grundwert)

Gegeben sind **vermehrter Grundwert** und **Prozentsatz;**
gesucht wird der **Grundwert.**

Beispiel: Der neue Preis **(vermehrter Grundwert)** beträgt 378 DM, der Aufschlag 5% **(Prozentsatz).** Berechne den alten Preis **(Grundwert)!**

Ausrechnung:

Bei einem Aufschlag von 5% beträgt der **vermehrte Grundwert 105%.**
105% (vermehrter Grundwert) = **378 DM** — **auf** den Bruchstrich,
1% ist **der 105. Teil** davon — **unter** den Bruchstrich,
100% sind **100× soviel** — **auf** den Bruchstrich.

Bruchstrich: $\frac{378\ \text{DM} \cdot 100}{105}$ gekürzt = **360 DM** (Grundwert)

Merke: Wir schließen vom **vermehrten Grundwert** auf den **Grundwert.**

Angewandte Aufgaben

156. Nach einer Gehaltserhöhung von 6% erhält Postschaffner A ein Monatsgehalt von 339,20 DM. Wie hoch waren die alten Bezüge?

fernmeldelehrling.de

157. Eine Aktentasche, die bei 35% Gewinnaufschlag mit 37,80 DM verkauft werden sollte, wurde wegen Räumung des Geschäfts zum Einkaufspreis abgegeben. Wieviel betrug der Einkaufspreis?

158. Der Monatsumsatz einer Firma ist im Juni um 7½% auf 26 316 DM angestiegen. Wie groß war der Umsatz im Mai?

159. Die Werbe- und Reklamekosten einer Firma wurden für das neue Geschäftsjahr um 15% erhöht und betragen nun 2 760 DM. Berechne die Werbekosten des vergangenen Jahres!

160. Ein Rundfunkgerät wird bei einem Teilzahlungsaufschlag von 12% in 12 Monatsraten mit 420 DM bezahlt. Wieviel hätte das Gerät bei Barzahlung gekostet?

c) Die Prozentrechnung im Hundert
(Rechnung mit dem verminderten Grundwert)

Gegeben sind **verminderter Grundwert** und **Prozentsatz;**
gesucht wird der **Grundwert.**

Beispiel: Der neue Preis **(verminderter Grundwert)** beträgt 342 DM, der Abschlag 5% **(Prozentsatz).** Berechne den alten Preis **(Grundwert)!**

Ausrechnung:

Bei einem Abschlag von 5% beträgt der **verminderte Grundwert 95%.**

95% (verminderter Grundwert) = **342 DM** — **auf** den Bruchstrich,
1% ist **der 95. Teil** davon — **unter** den Bruchstrich,
100% sind **100× soviel** — **auf** den Bruchstrich.

Bruchstrich: $\frac{342\ \text{DM} \cdot 100}{95}$ gekürzt = **360 DM** (Grundwert)

Merke: Wir schließen vom **verminderten Grundwert** auf den **Grundwert.**

Angewandte Aufgaben

161. Nach Abzug von 2½% wurden per Postscheck 331,50 DM überwiesen. Wie groß war der Rechnungsbetrag?

162. Kaffee verliert beim Rösten 18%. Das Gewicht nach dem Rösten beträgt 295,20 kg. Berechne das Gewicht des Rohkaffees!

163. Ein neuer Motorroller wurde mit 15% Verlust für 1 572,50 DM weiterverkauft. Wieviel hatte der Motorroller gekostet?

164. Eine Schlafzimmereinrichtung wird wegen einer kleinen Beschädigung um 7½% im Preis herabgesetzt und kostet nun 888 DM. Berechne den ursprünglichen Preis!

165. Der Jahresumsatz einer Firma ist um 12½% auf 191 520 DM zurückgegangen. Wie groß war der Umsatz des Vorjahres?

2. Der Prozentsatz wird gesucht

Gegeben sind **Grundwert** und **Prozentwert;** gesucht wird der **Prozentsatz.**

Beispiel: Der **Grundwert** ist 360 DM, der **Prozentwert** 18 DM.
Berechne den **Prozentsatz!**

Ausrechnung:

An 360 DM gewinnt man **18 DM** — **auf** den Bruchstrich,
An 1 DM gewinnt man **den 360. Teil** — **unter** den Bruchstrich,
An 100 DM gewinnt man **100× soviel** — **auf** den Bruchstrich.

Bruchstrich: $\frac{18\ \text{DM} \cdot 100}{360}$ gekürzt = **5%**

Regel: Prozentsatz = $\frac{\text{Prozentwert} \cdot 100}{\text{Grundwert}}$

Angewandte Aufgaben

166. Ein Postinspektor verdient brutto 540 DM und muß 49,85 DM Lohnsteuer zahlen. Wieviel % beträgt der Steuersatz?

167. Die Miete wird von 65 DM auf 74,75 DM erhöht. Wieviel % beträgt die Mieterhöhung?

168. Die Einwohnerzahl einer Stadt stieg von 254 817 auf 273 436. Wieviel % betrug die Zunahme?

169. Ein Haus hat einen Kaufwert von 42 500 DM. Die Jahresmiete beträgt 4 300 DM, die Unkosten und Abgaben belaufen sich auf jährlich 1 750 DM. Zu wieviel % verzinst sich das Haus?

170. Der Duisburg-Ruhrorter Hafen hatte 1952 einen Jahresumschlag von rund 10 154 000 t. Der Umschlag an Kohle betrug 3 433 000 t, an Erz 1 845 000 t, an Eisen 592 000 t, an Holz 94 000 t. Berechne die Prozentsätze!

171. In einem FA befinden sich 3 600 Anrufeinheiten. Davon sind 54 mit Dienstanschlüssen belegt. Wie hoch ist der Prozentsatz?

172. Im Bundesgebiet wurden folgende Ortsgespräche geführt:
im Jahre 1938 332,200 Millionen Gespräche.
im Jahre 1950 423,555 Millionen Gespräche.
Wieviel % beträgt die Zunahme?

173. Es wurden folgende Telegramme übermittelt:
a) innerhalb des Bundesgebietes 5 490,290 Millionen,
b) nach dem Ausland 790,322 Millionen,
c) aus dem Ausland 713,388 Millionen.
Wieviel % der Gesamtzahl entfallen auf a, b und c?

3. Der Grundwert wird gesucht

Gegeben sind **Prozentwert** und **Prozentsatz;** gesucht wird der **Grundwert.**

Beispiel: Der **Prozentwert** ist 18 DM, der **Prozentsatz** 5%.
Berechne den **Grundwert!**

Ausrechnung:

5% des Grundwertes sind **18 DM** — **auf** den Bruchstrich,
1% ist **der 5. Teil** davon — **unter** den Bruchstrich,
100% sind **100× soviel** — **auf** den Bruchstrich.

Bruchstrich: $\frac{18\ \text{DM} \cdot 100}{5}$ gekürzt = **360 DM**

Regel: Grundwert = $\frac{\text{Prozentwert} \cdot 100}{\text{Prozentsatz}}$

fernmeldelehrling.de

Angewandte Aufgaben

174. Ein Postamtmann kauft ein Haus und zahlt 4 200 DM an, das sind 12½% des Kaufpreises. Wieviel beträgt die Restzahlung?

175. Für ein Wohnhaus werden 7½% des Kaufwertes als Jahresmiete gezahlt, das sind 1 863,75 DM. Wie hoch war der Kaufwert?

176. Ein Betrieb zahlt monatlich 3½% Umsatzsteuer, und zwar 280,70 DM. Wieviel beträgt der Monatsumsatz?

177. Eine Aktiengesellschaft verteilt 12% Dividende, und zwar 55 896 DM. Berechne das Grundkapital!

178. A bezieht eine monatliche Rente von 75 DM. Welches Kapital bringt bei einem Zinsfuß von 3½% die gleichen Zinsen?

179. Im Jahre 1940 hatte die Stadt E. 38 200 Fernsprechteilnehmer. 1945 waren es 32% weniger, während am 1. Januar 1948 gegenüber 1945 die Zahl wieder um 25% angestiegen war. Wieviel Anschlüsse bestanden am 1. Januar 1948?

II. Die Promillerechnung

Die **Promillerechnung** ist eine **Dreisatzrechnung mit der feststehenden Zahl 1 000 ohne Berücksichtigung der Zeit.**

Promille kommt aus dem Lateinischen (pro mille) und bedeutet **für oder von Tausend. Das Zeichen für Promille** ist **‰.**

Die Promillerechnung wird vor allem im **Versicherungswesen** angewandt. Den Versicherungsschein nennt man **Police,** die Versicherungsbeiträge **Prämien.**

Wie bei der Prozentrechnung erscheinen auch bei der Promillerechnung **3 Werte: Grundwert, Promillewert** und **Promillesatz.**

Die **Versicherungssumme** ist der **Grundwert,** die **Prämie** ist der **Promillewert,** der **Prämiensatz** ist der **Promillesatz.**

Der Grundwert ist immer das Ganze oder 1 000‰.

a) Der Promillewert wird gesucht

$$\text{Regel: Promillewert} = \frac{\text{Grundwert} \cdot \text{Promillesatz}}{1\,000}$$

Angewandte Aufgaben

180. A hat seinen Hausrat mit 15 000 DM gegen Feuer versichert. Die Jahresprämie beträgt 1¼‰. Wieviel muß er jährlich zahlen?

181. Ein massives Wohnhaus im Werte von 36 000 DM ist mit 1½‰ gegen Feuer versichert. Wie hoch ist die Jahresprämie, wenn 15% des Versicherungsbeitrages als Steuer abgeführt werden müssen?

182. Ein Geschäftsmann versichert seine 4 Schaufensterscheiben mit je 1 200,— DM. Wieviel muß er halbjährlich zahlen, wenn die Prämie 2½‰ und die Steuer 12½% des Versicherungsbeitrages beträgt?

b) Der Promillesatz wird gesucht

$$\text{Regel: Promillesatz} = \frac{\text{Promillewert} \cdot 1\,000}{\text{Grundwert}}$$

Angewandte Aufgaben

183. Ein Haus mit einem Wert von 36 400 DM ist versichert. Die jährliche Prämie beträgt 45,50 DM. Wieviel ‰ sind das?

184. Die Postgebühren für Einzahlungen im Inland betragen:

bei Postanweisungen		bei Zahlkarten	
bis 10 DM	30 Pf	bis 10 DM	15 Pf
bis 25 DM	40 Pf	bis 25 DM	20 Pf
bis 100 DM	50 Pf	bis 100 DM	25 Pf
bis 250 DM	70 Pf	bis 250 DM	30 Pf
bis 500 DM	90 Pf	bis 500 DM	40 Pf
bis 750 DM	1 DM 10 Pf	bis 750 DM	50 Pf
bis 1 000 DM	1 DM 30 Pf	bis 1 000 DM	60 Pf
(Höchstbetrag 1 000 DM)		bis 1 250 DM	70 Pf
		bis 1 500 DM	80 Pf
		bis 2 000 DM	90 Pf
		über 2 000 DM (unbeschränkt)	1 DM

Wieviel ‰ betragen die einzelnen Gebührensätze?

185. Ein Landwirt hat sein Getreide mit 16 800 DM gegen Hagel versichert. Er zahlt einschließlich 3,— DM Versicherungssteuer 32,40 DM Jahresprämie. Wieviel ‰ nimmt die Versicherung?

c) Der Grundwert wird gesucht

$$\text{Regel: Grundwert} = \frac{\text{Promillewert} \cdot 1\,000}{\text{Promillesatz}}$$

Angewandte Aufgaben

186. A versichert sich gegen Einbruchsdiebstahl. Er zahlt ¾‰, das sind vierteljährlich 8,75 DM. Wie hoch ist die Versicherungssumme?

187. Ein Bauer versichert sein Getreide gegen Unwetterschaden. Die Prämie beträgt 1½‰, der Versicherungsbeitrag einschließlich 10% Versicherungssteuer 39,60 DM. Wie groß ist die Versicherungssumme?

188. A zahlte bei einer Feuerversicherung 1¾‰ Prämie, und zwar halbjährlich 10,50 DM. a) Wie groß war die Versicherungssumme? b) Welche Entschädigung wurde gezahlt, wenn ein Brandschaden auf 40% geschätzt wurde?

III. Die Brutto-, Netto-, Tararechnung

Das Gewicht der reinen Ware nennt man **Reingewicht** oder **Nettogewicht.**

Das Gewicht der **Verpackung** nennt man die **Tara.**

Das Gewicht der Ware zuzüglich der Verpackung nennt man das **Gesamtgewicht** oder **Bruttogewicht.**

Das **Bruttogewicht** beträgt stets **100%.**

$$\frac{\text{Brutto} - \text{Tara}}{\text{Netto}} \qquad \frac{\text{Brutto} - \text{Netto}}{\text{Tara}} \qquad \frac{\text{Netto} + \text{Tara}}{\text{Brutto}}$$

fernmeldelehrling.de

Angewandte Aufgaben

189. Eine Firma erhält 3 Kisten Seife, die 25,400 kg, 24½ kg und 26,125 kg brutto wiegen. Die leeren Kisten wiegen 3,850 kg 3,600 kg und 3¾ kg. Wieviel beträgt das gesamte Nettogewicht?
190. Drei Postpakete wiegen: 3⅝ kg, 3,650 kg und 3½ kg brutto; das Nettogewicht beträgt 2,900 kg, 2¾ kg und 2,725 kg. Wieviel ist die gesamte Tara?
191. Das Nettogewicht von 2 Sendungen beträgt 36,875 kg und 35,250 kg. Die Tara der ersten Sendung ist 4½ kg, die der zweiten 4¼ kg. Wieviel beträgt das gesamte Bruttogewicht?
192. Ein Gemüsehändler kauft 6 Kisten Äpfel. Jede Kiste wiegt brutto 60 kg, die Tara ist 6⅔%. Ein Zentner Äpfel kostet 35 DM. Wieviel hat der Händler zu zahlen?
193. Ein Kaufmann erhielt ein Faß Butter, das mit 108,80 DM (Nettopreis) in Rechnung gestellt war. Die Tara betrug 11⅑%. 1 kg Butter kostet 6,80 DM. Wieviel betrug das Bruttogewicht?
194. Eine Sendung Ware wog laut Frachtbrief 220 kg und kostete laut Rechnung 136 DM. 1 kg Ware (netto) kostete 0,68 DM. Wieviel % betrug die Tara?

IV. Die Gewinn- und Verlustrechnung

Den Preis für eingekaufte Ware nennt man **Einkaufspreis.**

Zählt man zum Einkaufspreis die entstandenen **Spesen** (Reisekosten, Fernsprechgebühren, Briefporto, Fracht, Verpackung), so erhält man den **Bezugspreis.**

Zählt man zum Bezugspreis die **Geschäftsunkosten** (Ladenmiete, Heizung, Beleuchtung, Löhne und Gehälter, Steuern, Versicherung, Reklame usw.), so erhält man den **Selbstkostenpreis.** Dieser ist als Grundwert stets **100%.**

Zählt man zum Selbstkostenpreis den **Gewinn,** so erhält man den **Verkaufspreis.**

Einkaufspreis	**+ Spesen**	**= Bezugspreis**
Bezugspreis	**+ Geschäftsunkosten**	**= Selbstkostenpreis**
Selbstkostenpreis	**+ Gewinn**	**= Verkaufspreis**

Unter gewissen Umständen, z. B. bei beschädigter oder leichtverderblicher Ware, muß der Kaufmann seine Ware mit **Verlust** verkaufen. Zieht man vom Selbstkostenpreis den Verlust ab, so erhält man ebenfalls den Verkaufspreis.

Selbstkostenpreis — Verlust = Verkaufspreis

Angewandte Aufgaben

195. Ein Kaufmann erhält eine Sendung Ware im Werte von 1 432 DM. Die Spesen betragen 18,40 DM, die Geschäftsunkosten 12½% des Bezugspreises, als Gewinn werden 10% der Selbstkosten zugeschlagen. Berechne a) den Bezugspreis, b) den Selbstkostenpreis, c) den Verkaufspreis!
196. Ein Obsthändler kauft 100 Apfelsinen für 7,50 DM und verkauft das Stück für 9 Pfennig. Wieviel % betrug der Gewinn?
197. Für eine Wiese zahl ein Bauer jährlich 72 DM Pacht. Den Heuertrag verkauft er für 104,40 DM. Wieviel % beträgt der Gewinn?

198. Ein Kraftwagen, der neu 6 750 DM kostete, muß für 4 500 DM abgestoßen werden. Wieviel % beträgt der Verlust?
199. Ein dz Kaffee kostet im Einkauf 1 680 DM. 1 kg kostet im Verkauf 18,90 DM. Drücke den Gewinn in Prozenten aus!
200. Ein Wirt kauft 60 l Wein für 288 DM und will 33⅓% daran verdienen. Wieviel kostet nun 1 Flasche (¾ l) im Verkauf?
201. Ein Anzug wurde beim Ausverkauf mit 35% Verlust für 124,80 DM verkauft. Wieviel kostete der Anzug früher?
202. Mit 16⅔% Verlust wird ein Haus für 16 375 DM verkauft. Wieviel betrug der Neuwert des Hauses?

V. Die Rabatt- und Skontorechnung

Der **Rabatt** ist ein **Preisnachlaß,** der **bei Barzahlung** gewährt wird. Zieht man den Rabatt vom Rechnungsbetrag ab, so erhält man den Barzahlungsbetrag.

Rechnungsbetrag — Rabatt = Barzahlung

Wird eine Ware vor dem vereinbarten Termin bezahlt, so gewährt der Kaufmann einen **Nachlaß,** den man **Skonto** nennt. Zieht man den Skontobetrag vom Rechnungsbetrag ab, so erhält man den Barzahlungsbetrag.

Rechnungsbetrag — Skonto = Barzahlung

Angewandte Aufgaben

203. Ein Buchhändler bezieht vom Verlag 45 Lesebücher à 4,25 DM und 23 Rechenbücher à 2,75 DM. Auf die Lesebücher gibt der Verlag 15%, auf die Rechenbücher 12% Rabatt. Wieviel muß der Buchhändler zahlen?
204. Ein Weinhändler liefert: 25 Flaschen Moselwein à 3,75 DM, 15 Flaschen Rheinwein à 4,30 DM und 10 Flaschen Rotwein à 3,95 DM. Für Glas und Verpackung berechnet er pro Flasche 0,35 DM. Das Ziel beträgt 2 Monate. Da sofort bezahlt wird, gewährt er 2½% Skonto (Nachlaß). Wieviel ist zu zahlen?
205. Ein Kaufmann erhält 3 Sendungen Ware: 32 kg Nudeln, 75 kg Mehl und 68 kg Zucker (alles brutto). Die Tara beträgt bei jeder Sendung 2½%. 1 kg Nudeln (netto) kostet 1,25 DM, 1 kg Mehl 0,52 DM, 1 kg Zucker 1,35 DM. Wieviel beträgt die Barzahlung, wenn 6% Rabatt gewährt werden?
206. Anstreicher erhalten beim Tapetenhändler eine Provision (Vermittlungsgebühr) von 10%. Es wurden verkauft: 25 Rollen Tapete à 3,25 DM, 18 Rollen à 2,75 DM und 32 Rollen à 3,50 DM. Berechne die Barzahlung!
207. Im Sommer-Schlußverkauf sind die Preise stark herabgesetzt. Alter Preis: 65,50 DM (96,60 DM, 142,— DM, 228,75 DM). Neuer Preis: 52,40 DM (72,45 DM, 99,40 DM, 152,50 DM). Wieviel % beträgt der Preisnachlaß?
208. Von einem Rechnungsbetrag von 476 DM werden 23,80 DM als Skonto abgezogen. Wieviel % sind das?
209. Bei Barzahlung wurden von einer Rechnung 3¾% als Skonto abgezogen, und zwar 16,50 DM. Berechne die Rechnungssumme!
210. Eine Rechnung wurde mit 791,30 DM bar bezahlt, der Skontosatz betrug 3½%. Berechne den Skontobetrag!

fernmeldelehrling.de

VI. Die Zins- und Diskontrechnung

1. Die Zinsrechnung

Die **Zinsrechnung** ist eine **Prozentrechnung** mit Berücksichtigung der **Zeit.**

Jede Geldsumme, die einen Ertrag abwirft, nennt man **Kapital.**

Den Ertrag, den ein Kapital abwirft, nennt man **Zinsen.**

Den Prozentsatz, der bei Zinszahlungen angegeben ist, nennt man **Zinsfuß.**

Die **Zinsen** berechnet man nach der Höhe des **Kapitals,** nach dem angegebenen **Zinsfuß** und nach der angegebenen **Zeit.**

Je größer das **Kapital,** je höher der **Zinsfuß** und je länger die **Zeit** ist, desto mehr **Zinsen** sind zu zahlen.

Bei der **einfachen Zinsrechnung** bleiben die **Zinseszinsen unberücksichtigt.**

Ausgeliehenes Geld nennt man **Darlehen;** der Verleiher des Geldes ist der **Gläubiger,** der Empfänger ist der **Schuldner.**

Ist das Darlehen beim Amtsgericht auf dem Grundbuchamt (Katasteramt) in das **Grundbuch** eingetragen, so nennt man es **Hypothek.** Der Gläubiger erhält für das Darlehen einen **Hypothekenbrief.**

Bei der Zinsrechnung gilt **1 Jahr** immer als **360 Tage,**
1 Monat immer als **30 Tage.**

Von den 4 Werten: **Kapital, Zinsen, Zinsfuß** und **Zeit** sind stets **3 Werte gegeben,** der **4. Wert** wird **gesucht.**

a) Gegeben sind **Kapital, Zinsfuß** und **Zeit;** gesucht werden die **Zinsen.**
b) Gegeben sind **Kapital, Zinsen** und **Zeit;** gesucht wird der **Zinsfuß.**
c) Gegeben sind **Zinsfuß, Zinsen** und **Zeit;** gesucht wird das **Kapital.**
d) Gegeben sind **Kapital, Zinsfuß** und **Zinsen;** gesucht wird die **Zeit.**

2. Die Zinseszinsrechnung

Bei der **Zinsrechnung** werden nur die **einfachen Zinsen** berechnet.

Banken, Sparkassen und Versicherungsgesellschaften berechnen aber auch **Zinseszinsen.**

Die fälligen **Zinsen** werden **zum Kapital** geschlagen und mit dem Kapital weiter verzinst.

Da die Berechnung der Zinseszinsen sehr umständlich ist, benutzen die Kassen und Banken **Zinseszinstafeln,** in denen die **Jahreszinsen für 1 DM** angegeben sind.

3. Die Diskontrechnung

Die **Diskontrechnung** ist eine **Rabattrechnung mit Berücksichtigung der Zeit.**

Der **Diskont** (auch Diskonto und Skonto genannt) ist der **Zinsbetrag, der** bei Ankauf einer noch nicht fälligen Forderung **abgezogen wird.**

Der **Zinsfuß** heißt bei der Diskontrechnung **Diskontfuß.**

Der **Diskont** bezieht sich, wenn nicht anders bestimmt, **immer auf 1 Jahr** (**p. a.** = **pro anno** = aufs Jahr).

Wie bei der Zinsrechnung gilt auch bei der Diskontrechnung
1 Jahr immer als **360 Tage,**
1 Monat immer als **30 Tage.**

Von den 4 Werten: **Rechnungssumme, Diskont, Diskontfuß** und **Zeit** sind wie bei der Zinsrechnung stets **3 Werte gegeben,** der **4. Wert** wird **gesucht.**

Rechnungssumme — Diskont = Barzahlung

a) Die Zinsen werden gesucht

Gegeben sind **Kapital, Zinsfuß** und **Zeit;** gesucht werden die **Zinsen.**

Beispiel: Wieviel Zinsen bringen 468 DM zu $3\frac{1}{3}$% in $2\frac{1}{2}$ Jahren?

Ansatz:

100 DM bringen in 1 Jahr $3\frac{1}{3}$ DM Zinsen.
468 DM bringen in $2\frac{1}{2}$ Jahren ? DM Zinsen?

Ausrechnung:

100 DM bringen in 1 Jahr $\frac{10}{3}$ DM Zinsen

1 DM bringt in 1 Jahr $\frac{10}{3 \cdot 100}$ DM Zinsen

468 DM bringen in 1 Jahr $\frac{10 \cdot 468}{3 \cdot 100}$ DM Zinsen

468 DM bringen in ½ Jahr $\frac{10 \cdot 468}{3 \cdot 100 \cdot 2}$ DM Zinsen

468 DM bringen in $2\frac{1}{2}$ Jahren $\frac{10 \cdot 468 \cdot 5}{3 \cdot 100 \cdot 2}$ DM Zinsen

Bruchstrich:

$$\frac{10 \cdot 468 \cdot 5}{3 \cdot 100 \cdot 2} \quad \text{oder} \quad \frac{468 \cdot 10 \cdot 5}{100 \cdot 3 \cdot 2} = \underline{\underline{\mathbf{39\ DM\ Zinsen}}}$$

Merke:

Das **Kapital** (480 DM) steht **auf** dem Bruchstrich.
Der **Zinsfuß** oder **Prozentsatz** ($3\frac{1}{3}$ = $^{10}/_{3}$%) steht **auf** dem Bruchstrich.
Die **Zeit** ($2\frac{1}{2}$ = $^{5}/_{2}$ Jahre) steht **auf** dem Bruchstrich.
Die **Zahl 100** steht **unter** dem Bruchstrich.

Die 4 Werte der **Zinsrechnung:**
Kapital, Zinsen, Zinsfuß und **Zeit** sowie

die 4 Werte der **Diskontrechnung:**
Rechnungssumme, Diskont, Diskontfuß und **Zeit (Verfalltag)** bezeichnen wir kurz mit den **Formelbuchstaben k, z p** und **t,**

und zwar:
das **Kapital** und die **Rechnungssumme** mit **k,**
die **Zinsen** und den **Diskont** mit **z,**
den **Zinsfuß** (Prozentsatz) und **Diskontfuß** mit **p,**
die **Zeit** (tempus) und den **Verfalltag** mit **t.**

Zinsformel:

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Zinsfuß} \cdot \text{Zeit}}{100} \qquad z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

$$\text{Diskont} = \frac{\text{Rechnungssumme} \cdot \text{Diskontfuß} \cdot \text{Zeit}}{100} \qquad z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

fernmeldelehrling.de

Übungsaufgabe 211

Berechne die Jahres-, Monats- und Tageszinsen!

a) 300 DM zu 4% in 3 Jahren
b) 800 DM zu 3½% in 5 Jahren
c) 2 560 DM zu 3% in 3¾ Jahren
d) 6 450 DM zu 6⅔% in 3½ Jahren
e) 240 DM zu 5% in 9 Monaten
f) 380 DM zu 3⅓% in 5½ Monaten
g) 3 240 DM zu 4½% in ⅔ Monaten
h) 7 450 DM zu 3¾% in 5⅔ Monaten
i) 400 DM zu 5% in 21 Tagen
k) 800 DM zu 8% in 33 Tagen
l) 750 DM zu 4½% in 25 Tagen
m) 650 DM zu 3¼% in 56 Tagen

Die Berechnung der Zinstage

a) vom 14. März bis 26. Juli

$$\frac{26 - 14}{VII - III} = \frac{12}{IV} = 4 \text{ Monate } 12 \text{ Tage} = 132 \text{ Tage}$$

b) vom 18. Februar bis 12. August

$$\frac{12 - 18}{VIII - II} = \frac{42 - 18}{VII - II} = \frac{24}{V} = 5 \text{ Monate } 24 \text{ Tage} = 174 \text{ Tage}$$

c) vom 21. November 1955 bis 8. Februar 1956

$$\frac{8 - 21}{XIV - XI} = \frac{38 - 21}{XIII - XI} = \frac{17}{II} = 2 \text{ Monate } 17 \text{ Tage} = 77 \text{ Tage}$$

Merke:

Die Tage werden **über dem Bruchstrich mit arabischen Ziffern** niedergeschrieben, **die Monate unter dem Bruchstrich mit römischen Ziffern. Das ältere Datum** steht **vorne,** das jüngere wird abgezogen.

Beispiel a)

Wir ziehen die Tage ab: 26 — 14 = 12 Tage
Wir ziehen die Monate ab: VIII — III = IV Monate
= 132 Tage

Beispiel b)

Die Tage lassen sich nicht abziehen. Wir leihen bei den Monaten 1 Monat = 30 Tage, zählen diese zu den 12 Tagen und rechnen:

42 — 18 = 24 Tage
VII — II = V Monate
= 174 Tage

Beispiel c)

Die Monate des nächsten Jahres erhalten folgende römische Ziffern:
Januar = XIII, Februar = XIV, März = XV usw.
Die Berechnung der Zinstage erfolgt dann wie in Beispiel a und b.

Angewandte Aufgaben

212. A hat 3 Geldsummen ausgeliehen: 2 400 DM zu 3⅔%, 1 560 DM zu 3½% und 1 680 DM zu 4¼%. Wieviel betragen die gesamten monatlichen Zinsen?

213. B hat am 8. Mai 1 275 DM geliehen. Er muß 6⅔% Zinsen zahlen. Wieviel muß er am 23. Juli an Kapital und Zinsen zurückzahlen?

214. Postrat M. nimmt auf sein Haus, das eine Jahresmiete von 2 700 DM einbringt, eine Hypothek von 15 000 DM zu 5½% auf. Wieviel bleibt ihm nach Zahlung der Hypothekenzinsen monatlich von der Miete noch übrig?

215. Ein Haus im Werte von 26 000 DM wird verkauft. Die Anzahlung beträgt 12 000 DM, der Rest wird als 1. Hypothek zu 6½% eingetragen. Berechne die halbjährlichen Hypothekenzinsen!

216. Auf ein Haus, das 48 000 DM wert ist, sind 3 Hypotheken eingetragen: eine 1. Hypothek von 12 000 DM zu 5½%, eine 2. Hypothek von 7 500 DM zu 6⅔% und eine 3. Hypothek von 3 250 DM zu 8¼%. Wieviel betragen die vierteljährlichen Hypothekenzinsen?

217. Ein Oberpostinspektor zahlt beim Post-Spar- und Darlehnsverein ein: am 15. Januar 675 DM, am 12. März 325 DM, am 18. April 835 DM. Der Verein zahlt 4½% Zinsen. Wieviel betragen die Zinsen am Schlusse des Jahres? (Sparkassen rechnen den Tag der Einzahlung nicht mit.)

218. Eine am 1. April ausgeliehene Schuldsumme von 2 500 DM sollte am 1. Oktober mit 6½% Zinsen zurückgezahlt werden, wurde aber erst am 1. Januar gezahlt. Wieviel betrug dann die Rückzahlung, wenn für Verzugszinsen 8½% berechnet wurden?

219. An einem Unternehmen ist A mit 165 450 DM, B mit 124 500 DM und C mit 96 800 DM beteiligt. Am Ende des Geschäftsjahres wird ein Gewinn von 53 012,51 DM errechnet. Für sein angelegtes Kapital erhält jeder Teilhaber vorerst 6½% Zinsen. Der Rest des Gewinnes wird zu gleichen Teilen aufgeteilt. Wieviel DM erhält jeder?

220. A muß eine Rechnung von 270 DM bezahlen. Das Ziel ist 3 Monate. Der Diskontfuß beträgt 3⅓%. Er zahlt 24 Tage vor dem Fälligkeitstage. Wieviel beträgt die Barzahlung?

221. B hat nach 3 Monaten 720 DM zu zahlen. Er zahlt schon nach 48 Tagen. Der Diskontfuß beträgt ½% pro Monat. Wieviel muß er bezahlen?

222. Eine Schuldsumme von 1 200 DM wurde 54 Tage vor dem Verfalltage mit 3½% Diskont zurückgezahlt. Wieviel betrug die Rückzahlung?

223. Eine Sendung Kaffee wog brutto 150 kg. Die Tara betrug 2%, der Nettopreis für 1 kg Kaffee 12,60 DM, das Ziel 3 Monate. Die Zahlung erfolgte 2 Monate nach Empfang der Ware, der Diskontfuß betrug 4½%. Wie hoch war der Barzahlungsbetrag?

b) Der Zinsfuß wird gesucht

Gegeben sind **Kapital, Zinsen** und **Zeit;** gesucht wird der **Zinsfuß.**

Beispiel: 468 DM bringen in 2½ Jahren 39 DM Zinsen. Wie hoch ist der Zinsfuß?

Ansatz:

468 DM bringen in 2½ Jahren 39 DM Zinsen.
100 DM bringen in 1 Jahr ? DM Zinsen?

Ausrechnung:

468 DM bringen in 2½ Jahren 39 DM Zinsen
1 DM bringt in 2½ Jahren $\frac{39}{468}$ DM Zinsen
100 DM bringen in 2½ Jahren $\frac{39 \cdot 100}{468}$ DM Zinsen
100 DM bringen in ½ Jahr $\frac{39 \cdot 100}{468 \cdot 5}$ DM Zinsen
100 DM bringen in 1 Jahr $\frac{39 \cdot 100 \cdot 2}{468 \cdot 5}$ DM Zinsen

Bruchstrich: $\frac{39 \cdot 100 \cdot 2}{468 \cdot 5} = 3\frac{1}{3}\%$

fernmeldelehrling.de

$$\text{Zinsfuß} = \frac{\text{Zinsen} \cdot 100}{\text{Kapital} \cdot \text{Zeit}} \qquad p = \frac{z \cdot 100}{k \cdot t}$$

$$\text{Diskontfuß} = \frac{\text{Diskont} \cdot 100}{\text{Rechnungssumme} \cdot \text{Zeit}} \qquad p = \frac{z \cdot 100}{k \cdot t}$$

Übungsaufgabe 224

Berechne den Zinsfuß!

	Kapital:	Zeit:	Zinsen:		Kapital:	Zeit:	Zinsen:
a)	240 DM	2½ Jahre	20,00 DM	b)	172 DM	3¾ Jahre	43,00 DM
c)	640 DM	4 Mon.	9,60 DM	d)	525 DM	9 Mon.	15,75 DM
e)	840 DM	72 Tage	5,88 DM	f)	450 DM	168 Tage	11,55 DM

Angewandte Aufgaben

225. Ein Beamter zahlt von seinem Jahreseinkommen von 4 377,60 DM monatlich 45,60 DM Steuer. Wieviel % beträgt die Lohnsteuer?

226. a) 560 DM sind nach 2¼ Jahren zu 607,25 DM
b) 2 560 DM sind nach 7½ Mon. zu 2 632,00 DM
c) 2 430 DM sind nach 108 Tagen zu 2 481,03 DM angewachsen.
Berechne den Zinsfuß!

227. Vom 1. Juli 1955 bis 1. Oktober 1956 stiegen 3 600 DM durch die Zinsen auf 3 780 DM an. Wieviel % betrug der Zinsfuß?

228. Jemand zahlt eine Schuldsumme von 1 280 DM nach 5 Monaten einschließlich der Zinsen mit 1 304 DM zurück. Wieviel betrug der Zinsfuß?

229. Jemand ist in Geldverlegenheit und leiht für 3 Monate 2 400 DM. Er muß 2 610 DM zurückzahlen. Wie hoch ist der Zinsfuß?
(Die Berechnung derartiger Wucherzinsen ist strafbar.)

230. Eine am 13. Mai fällige Rechnungssumme von 624 DM wird nach erfolgloser Mahnung am 25. September durch Postauftrag in Höhe von 641,16 DM eingezogen. Wieviel % Verzugszinsen wurden berechnet?

231. Ein am 1. Januar angelegtes Konto beim Post-Spar- und Darlehnsverein über 360 DM wurde 4 Monate später wieder aufgelöst. 364,20 DM wurden ausgezahlt Wieviel % Zinsen zahlte der Verein?

232. Ein Haus hat einen Wert von 24 000 DM. Es bringt monatlich 90 DM Miete ein. Für Unkosten und Steuern müssen vierteljährlich 45 DM abgerechnet werden. Wie hoch verzinst sich das Haus?

233. A bezahlt eine Rechnung, die 3 Monate Ziel hatte, 50 Tage vor dem Fälligkeitstage mit 573,60 DM. Der Diskont betrug 2,40 DM. Wie hoch war der Diskontfuß?

234. B bezahlt eine am 12. April fällige Rechnung von 270 DM am 2. März mit 269,25 DM. Berechne den Diskontfuß!

235. Eine Rechnung von 840 DM war am 11. Mai fällig; am 23. März bereits wurden 836,64 DM durch Postscheck überwiesen. Berechne den Diskontfuß!

236. Jemand erhält eine Kiste Wein: 30 Flaschen Rheinwein à 2,40 DM, 20 Flaschen Moselwein à 3,20 DM und 10 Flaschen Rotwein à 3,60 DM. Er bezahlt die Rechnung, die 3 Monate Ziel hat, sofort mit 171,14 DM. Wieviel % beträgt der Diskont?

c) Das Kapital wird gesucht

Gegeben sind **Zinsfuß, Zinsen** und **Zeit;** gesucht wird das **Kapital.**

Beispiel: Welches Kapital bringt zu 3⅓% in 2½ Jahren 39 DM Zinsen?

Ansatz:

3⅓ DM Zinsen werden in 1 Jahr von 100 DM Kapital gebracht
39 DM Zinsen werden in 2½ Jahren von ? DM Kapital gebracht?

Ausrechnung:

$\frac{10}{3}$ DM Zinsen werden in 1 Jahr von 100 DM Kapital gebracht

$\frac{1}{3}$ DM Zinsen wird in 1 Jahr von $\frac{100}{10}$ DM Kapital gebracht

1 DM Zinsen wird in 1 Jahr von $\frac{100 \cdot 3}{10}$ DM Kapital gebracht

39 DM Zinsen werden in 1 Jahr von $\frac{100 \cdot 3 \cdot 39}{10}$ DM Kapital gebracht

39 DM Zinsen werden in ½ Jahr von $\frac{100 \cdot 3 \cdot 39 \cdot 2}{10}$ DM Kapital gebracht

39 DM Zinsen werden in 2½ Jahren von $\frac{100 \cdot 3 \cdot 39 \cdot 2}{10 \cdot 5}$ DM Kapital gebracht

Bruchstrich: $\frac{100 \cdot 3 \cdot 39 \cdot 2}{10 \cdot 5}$ oder $\frac{39 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 2}{10 \cdot 5} =$ **4 6 8 DM**

$$\text{Kapital} = \frac{\text{Zinsen} \cdot 100}{\text{Zinsfuß} \cdot \text{Zeit}} \qquad k = \frac{z \cdot 100}{p \cdot t}$$

$$\text{Rechnungssumme} = \frac{\text{Diskont} \cdot 100}{\text{Diskontfuß} \cdot \text{Zeit}} \qquad k = \frac{z \cdot 100}{p \cdot t}$$

Übungsaufgabe 237

Berechne das Kapital!

	Zinsfuß:	Zeit:	Zinsen:		Zinsfuß:	Zeit:	Zinsen:
a)	4½%	2¼ Jahre	729,00 DM	b)	3½%	1¼ Jahre	17,50 DM
c)	1¾%	5⅓ Mon.	0,56 DM	d)	4½%	2½ Mon.	6,75 DM
e)	6⅔%	72 Tage	10,60 DM	f)	5%	80 Tage	10,20 DM

Angewandte Aufgaben

238. Ein Kapital war mit 5% verzinst und brachte in 4 Jahren 1 600 DM Zinsen. Wie groß war das Kapital?

239. A erhielt vierteljährlich 122,50 DM Zinsen von einem Kapital, das mit 3½% verliehen war. Berechne das Kapital!

240. Ein Kapital wurde vom 1. September 1956 bis 1. Januar 1957 zu 3⅓% ausgeliehen. Die Zinsen betrugen 160 DM. Wie groß war das Kapital?

fernmeldelehrling.de

241. Für eine Hypothek, die mit 4½% verzinst wird, müssen halbjährlich 162 DM Zinsen gezahlt werden. Wie groß ist die Hypothek?

242. Jemand trinkt täglich 1 Doppelkorn zu 40 Pf, 2 Glas Bier à 35 Pf und raucht 10 Zigaretten à 10 Pf. Von welchem Kapital wären das bei 4½% die Zinsen?

243. Ein Arbeiter bezieht monatlich 75 DM Invalidenrente. Wieviel Kapital müßte er erspart haben, wenn er bei einem Zinsfuß von 4% ebensoviel Zinsen hätte haben wollen? (Zinseszinsen bleiben unberücksichtigt.)

244. Eine am 15. November fällige Rechnung mit einem Diskontfuß von 2½% wurde am 5. Oktober bezahlt. Der Diskont betrug 1,20 DM. Berechne die Rechnungssumme!

245. Jemand bezahlte eine Rechnung 45 Tage vor dem Fälligkeitstage und zog 3,60 DM als Diskont ab. Der Diskontfuß betrug ¾% pro Monat. Wieviel betrug die Rechnungssumme?

d) Die Zeit wird gesucht

Gegeben sind **Kapital, Zinsfuß** und **Zinsen;** gesucht wird die **Zeit.**

Beispiel: In welcher Zeit bringen 468 DM zu 3⅓% 39 DM Zinsen?

Ansatz:

100 DM Kapital bringen 3⅓ DM Zinsen in 1 Jahr
468 DM Kapital bringen 39 DM Zinsen in ? Jahren?

Ausrechnung:

100 DM Kapital bringen $\frac{10}{3}$ DM Zinsen in 1 Jahr

1 DM Kapital bringt $\frac{10}{3}$ DM Zinsen in $1 \cdot 100$ Jahren

468 DM Kapital bringen $\frac{10}{3}$ DM Zinsen in $\frac{1 \cdot 100}{468}$ Jahren

468 DM Kapital bringen $\frac{1}{3}$ DM Zinsen in $\frac{1 \cdot 100}{468 \cdot 10}$ Jahren

468 DM Kapital bringen 1 DM Zinsen in $\frac{1 \cdot 100 \cdot 3}{468 \cdot 10}$ Jahren

468 DM Kapital bringen 39 DM Zinsen in $\frac{1 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 39}{468 \cdot 10}$ Jahren

Bruchstrich: $\frac{1 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 39}{468 \cdot 10}$ oder $\frac{39 \cdot 100 \cdot 3}{468 \cdot 10} = \underline{\underline{2\frac{1}{2}\text{ Jahre}}}$

$$\text{Zeit} = \frac{\text{Zinsen} \cdot 100}{\text{Kapital} \cdot \text{Zinsfuß}} \qquad t = \frac{z \cdot 100}{k \cdot p}$$

$$\text{Verfalltag} = \frac{\text{Diskont} \cdot 100}{\text{Rechnungssumme} \cdot \text{Diskontfuß}} \qquad t = \frac{z \cdot 100}{k \cdot p}$$

Übungsaufgabe 246

Berechne die Zeit!

	Kapital:	Zinsfuß:	Zinsen:		Kapital:	Zinsfuß:	Zinsen:
a)	600 DM	5%	60,00 DM	b)	720 DM	4½%	81,00 DM
c)	2 496 DM	4¼%	70,72 DM	d)	1 200 DM	6%	54,00 DM
e)	2 460 DM	4½%	21,60 DM	f)	2 880 DM	6⅔%	24,00 DM

Angewandte Aufgaben

247. In wieviel Tagen bringen 6 400 DM zu 3% 25,60 DM Zinsen?

248. In welcher Zeit wachsen 3 600 DM zu 6% auf 5 400 DM an?

249. Für 2 500 DM, die zu 4½% ausgeliehen waren, erhielt man 281,25 DM Zinsen. Wie lange waren sie ausgeliehen?

250. Wie lange wird ein Kapital von 6 600 DM zu 4% ausgeliehen, wenn die Rückzahlung einschließlich Zinsen 7 260 DM beträgt?

251. Bei einer Rechnungssumme von 480 DM wird jemand mit 7½% Verzugszinsen, das sind 12,40 DM, belastet. Für wieviel Tage wurden Verzugszinsen berechnet?

252. Jemand lieh am 1. Januar 1 200 DM zu 4% aus. An Kapital und Zinsen erhielt er 1 209,60 DM zurück. Wann erhielt er das Geld zurück?

253. A bezahlt eine Rechnung von 2 430 DM nach Abzug von 6,75 DM Diskont am 12. April. Der Diskontfuß beträgt 2½%. Wann war der Fälligkeitstag?

254. B bezahlt am 12. Oktober eine Rechnung von 1 125 DM und zieht 15 DM Diskont ab. Der Diskontfuß beträgt ½% pro Monat. Berechne den Fälligkeitstag!

Zusammenstellung der Zinsformeln

a) Berechnung der Zinsen

468 DM Kapital zu 3⅓% in 2½ Jahren = ? DM Zinsen

$\frac{468 \cdot 10 \cdot 5}{100 \cdot 3 \cdot 2} = \underline{\underline{39\text{ DM}}}$ **Formel I** $\boxed{z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}}$

b) Berechnung des Zinsfußes

468 DM Kapital in 2½ Jahren 39 DM Zinsen = ? Prozent

$\frac{39 \cdot 100 \cdot 2}{468 \cdot 5} = \underline{\underline{3\frac{1}{3}\%}}$ **Formel II** $\boxed{p = \frac{z \cdot 100}{k \cdot t}}$

c) Berechnung des Kapitals

39 DM Zinsen zu 3⅓% in 2½ Jahren = ? Kapital

$\frac{39 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 2}{10 \cdot 5} = \underline{\underline{468\text{ DM}}}$ **Formel III** $\boxed{k = \frac{z \cdot 100}{p \cdot t}}$

fernmeldelehrling.de

d) Berechnung der Zeit

468 DM Kapital zu $3\frac{1}{3}\%$ 39 DM Zinsen = ? Zeit

$$\frac{39 \cdot 100 \cdot 3}{468 \cdot 10} = 2\frac{1}{2} \text{ Jahre}$$

Formel IV $\quad t = \dfrac{z \cdot 100}{k \cdot p}$

Merke:

1. Bei den Formeln II, III und IV steht

   über dem Bruchstrich: immer z · 100!

   unter dem Bruchstrich: von den Werten: k · p · t immer **die** zwei, nach denen **nicht gefragt** ist!

2. Soll **durch einen Bruch geteilt** werden, so wird **mit dem umgekehrten Bruch malgenommen!**

3. Die **Zeit (t)** erscheint **am Bruchstrich** immer **als Jahr:**

3 Mon. = 1/4 Jahr,	4 Mon. = 1/3 Jahr,	6 Mon. = 1/2 Jahr;
1 Mon. = 1/12 Jahr,	5 Mon. = 5/12 Jahr,	7 Mon. = 7/12 Jahr;
1/2 Mon. = 1/24 Jahr,	1/3 Mon. = 1/36 Jahr,	1/4 Mon. = 1/48 Jahr;
1 Tag = 1/360 Jahr,	27 Tage = 27/360 Jahr,	153 Tage = 153/360 Jahr.

H. Die Verhältnis- und Gesellschaftsrechnung

I. Die Verhältnisrechnung

Das **Verhältnis** von Zahlen wird durch die **kleinsten ganzen Zahlen** ausgedrückt. Die Zahlen werden entweder **gekürzt** oder **erweitert.**

Beispiel: a) 5 : 10 : 15 : 20 = **1 : 2 : 3 : 4** (also gekürzt durch 5)
b) 0,3 : 0,4 : 0,5 : 0,6 = **3 : 4 : 5 : 6** (also erweitert mit 10).
c) 1/2 : 1/3 : 1/4 = 6/12 : 4/12 : 3/12 = **6 : 4 : 3** (also erweitert, Hauptnenner 12)

Übungsaufgabe 255

Gib das Verhältnis in den kleinsten ganzen Zahlen an!

a) Klasse A hat 40, Klasse B 45 Schüler.
b) Fritz ist $10\frac{1}{2}$, Peter $3\frac{1}{2}$ Jahre alt.
c) Peter ist 144, Paul 132 cm groß.
d) Anna wiegt $22\frac{1}{2}$, Maria 25 kg.
e) A arbeitet täglich 9, B $8\frac{1}{2}$ Stunden.
f) Beim Fußballtoto gewann A 35, B 40 und C 600 DM.

Angewandte Aufgaben Gib das Verhältnis an!

256. Der Mount Everest ist 8 800 m, der Mont Blanc 4 800 m, der Großglockner 3 800 m, die Zugspitze 3 000 m, die Schneekoppe 1 600 m und der Brocken 1 200 m hoch.

257. Der Mississippi ist 6 700 km, die Wolga 3 700 km, die Donau 2 850 km, der Rhein 1 250 km, die Elbe 1 200 km und die Oder 900 km lang.
258. Fünf Grundstücke haben folgenden Flächeninhalt: 4,8 ha, 8,4 ha, 15,6 ha, 22,8 ha und 99,6 ha.

II. Die Gesellschaftsrechnung (Verteilungsrechnung)

An Wirtschaftsunternehmen, Einkäufen, Erbschaften, Konkursen usw. sind oft mehrere Personen gemeinsam beteiligt. Die **Verteilung** von Gewinn oder Verlust, von Kosten oder Auszahlungen usw. erfolgt nach dem gegebenen Verhältnis **durch die Verhältnisrechnung.**

Übungsaufgabe 259

a) Teile 864 DM im Verhältnis 3 : 4 : 5!
b) Teile 480 DM so, daß A 1/2, B 1/3 und C den Rest erhält!
c) Teile 24 DM so unter 3 Personen, daß A 3 DM mehr und B 3 DM weniger als C erhält!
d) Teile 210 DM so unter 3 Personen, daß A 25% und B 50% vom Anteil des C erhält!
e) Teile 125 DM so unter 3 Personen, daß B 3 mal soviel erhält wie A und C doppelt soviel wie B und dazu noch 5 DM!
f) Teile 75 DM so unter 4 Personen, daß die folgende immer doppelt soviel erhält wie die vorhergehende!

Angewandte Aufgaben

260. Drei Arbeiter erhalten für eine gemeinsame Arbeit 240 DM. Der erste arbeitete 8, der zweite 7 und der dritte 10 Tage à 8 Stunden. Wie teilen sich die Arbeiter den Lohn?
261. Drei Kaufleute machten gemeinschaftlich ein Geschäft. A gab dazu 300 DM, B 450 DM und C 650 DM. Sie erzielten einen Gewinn von 560 DM. Wie teilten sie diesen?
262. Drei Gemeinden bauen gemeinsam eine Landstraße für 492 600 DM. Die Gemeinde B zahlt 2mal, die Gemeinde C 3mal soviel wie die Gemeinde A. Wieviel zahlt jede Gemeinde?
263. Vier Landwirte bezogen gemeinschaftlich 6 000 kg Kunstdünger. 1 Doppelzentner kostete einschl. Fracht und Anfuhr 32,75 DM. A erhielt 1/2, B 1/4, C 1/5 und D den Rest. Wieviel mußte jeder zahlen?
264. Ein Kaufmann gerät in Konkurs. In der Konkursmasse sind noch 3 600 DM. An Gerichtskosten gehen 5% ab. Die drei Gläubiger hatten zu fordern: 6 000 DM, 4 800 DM und 1 200 DM. Wie werden die Ansprüche der Gläubiger abgegolten?
265. An einem Unternehmen ist A mit 30 000 DM, B mit 35 000 DM, C mit 40 000 DM beteiligt. Bei der Auflösung des Unternehmens wird ein Verlust von 27 900 DM festgestellt. Wieviel DM erhält jeder Teilnehmer zurück?
266. Eine Erbschaft wird im Verhältnis 1/2 : 1/3 : 1/6 aufgeteilt. Der Erbe mit dem kleinsten Anteil erhält 2 400 DM. Wie groß war die Erbschaft?
267. Ein Vater vermacht in seinem Testament seinen 4 Kindern ein Vermögen, von dem die beiden Söhne je 2/10 und die beiden Töchter je 3/10 erhalten sollen. Die beiden Söhne und eine Tochter haben zum Studium bzw. zur Aussteuer bereits je 4 000 DM erhalten; die andere Tochter soll neben dem ihr zustehenden Erbteil für die langjährige Pflege des Vaters noch 5 000 DM erhalten. Wie groß ist das Erbteil jedes Kindes, wenn beim Tode des Vaters noch 45 000 DM vorhanden waren?

fernmeldelehrling.de

J. Die Durchschnitts- und Mischungsrechnung

I. Die Durchschnittsrechnung

Man findet die **Durchschnittszahl** (das **arithmetische Mittel**) mehrerer Zahlen, indem man ihre **Summe durch** ihre **Anzahl** teilt.

Beispiel: 6 + 4 + 7 + 3 = 20; 20 : 4 = 5

Angewandte Aufgaben

268. In den 8 Klassen einer Volksschule sind 48, 45, 52, 43, 56, 44, 57 und 47 Schüler. Berechne die durchschnittliche Klassenstärke!

269. In einem Warenhaus betrugen im Laufe einer Woche die Tageseinnahmen: 5 140,30 DM, 5 920,70 DM, 6 115,20 DM, 5 123,50 DM, 5 128,40 DM, 6 137,10 DM. Wie groß war die durchschnittliche Tageseinnahme?

270. Für Gas, Licht und Wasser wurden in den einzelnen Monaten des Jahres bezahlt: 18,20 DM, 17,50 DM, 16,90 DM, 16,40 DM, 16,00 DM, 15,60 DM, 12,80 DM, 15,30 DM, 16,20 DM, 16,90 DM, 17,80 DM, 19,60 DM. Wieviel wurde durchschnittlich im Monat bezahlt?

271. Für eine Arbeit wurden in Rechnung gestellt: 42½ Meisterstunden à 2,70 DM, 48 Gesellenstunden à 1,75 DM, 47½ Hilfsarbeiterstunden à 1,20 DM und 42 Lehrlingsstunden à 0,85 DM. Wie hoch war 1 Stunde im Durchschnitt berechnet?

II. Die Mischungsrechnung

Bei der **Mischungsrechnung** suchen wir:

den **Mischungspreis** (Durchschnittspreis), dann ist das Mischungsverhältnis gegeben, oder

das **Mischungsverhältnis**, dann ist der Mischungspreis gegeben.

a) **Wir suchen den Mischungspreis**

Beispiel: Es werden gemischt: 5 kg à 4,80 DM und 4 kg à 3,50 DM.
Wieviel kostet 1 kg der Mischung?

Ausrechnung:

5 kg zu 4,80 DM kosten 24 DM
4 kg zu 3,50 DM kosten 14 DM

9 kg Mischung kosten 38 DM
1 kg Mischung kostet 38 DM : 9 = **4,22 DM**

b) **Wir suchen das Mischungsverhältnis**

Beispiel: Zwei Sorten, 1 kg zu 1,60 DM und 1 kg zu 2,60 DM, sollen so gemischt werden, daß 1 kg der Mischung 2,00 DM kostet.
In welchem Verhältnis muß gemischt werden?

Ausrechnung:

		Mischungspreis		
1. Sorte:	1 kg zu 1,60 DM	2,00 DM	**Gewinn** = 0,40 DM	= 2 Preisteile
2. Sorte:	1 kg zu 2,60 DM	2,00 DM	**Verlust** = 0,60 DM	= 3 Preisteile

Gewinn und Verlust stehen im Verhältnis 2 : 3.

Um Gewinn und Verlust auszugleichen, müssen die **Mengen im umgekehrten Verhältnis** gemischt werden, also:

1. Sorte:	2 Preisteile		3 Mengenteile
2. Sorte:	3 Preisteile		2 Mengenteile

Die Mengen stehen im Verhältnis 3 : 2.

Probe: 1. Sorte: 3 kg zu 1,60 DM = 4,80 DM
2. Sorte: 2 kg zu 2,60 DM = 5,20 DM

5 kg Mischung = 10,00 DM
1 kg Mischung = 10,00 DM : 5 = **2,00 DM**

Bei der **Mischungsrechnung** unterscheiden wir:

Warenmischungen, Flüssigkeitsmischungen und **Metallmischungen (Legierungen).**

1. Warenmischungen

Um Güte (Qualität) und Preis einer Ware zu ändern, mischt der Kaufmann zwei oder mehrere Sorten, z. B. Kaffee, Tee, Tabak usw.

Das **Mischungsverhältnis** der einzelnen Sorten bestimmt die **Qualität** und den **Preis** der Mischsorte.

Angewandte Aufgaben

272. Mische 2 kg Kaffee zu je 12,50 DM mit 3 kg Kaffee zu je 14,50 DM. Wieviel kostet 1 kg der Mischung?

273. Mische 12 kg Tee zu je 32,50 DM und 8 kg Tee zu je 28,75 DM. Wieviel kostet 1 kg der Mischung?

274. Mische 4½ kg Hühnerfutter zu je 0,32 DM und 7½ kg Hühnerfutter zu je 0,24 DM. Wieviel kostet 1 kg der Mischung?

275. Ein Händler mischt 5¾ kg Apfelringe, das kg zu 2,00 DM, 4½ kg Dörrpflaumen, das kg zu 1,70 DM, 3¼ kg Birnen, das kg zu 2,20 DM und 2½ kg Aprikosen, das kg zu 2,70 DM. Wieviel kostet 1 kg der Mischung?

276. Ein Händler mischt 24 kg zu je 4,50 DM mit 16 kg zu je 3,50 DM und will an der Mischung 12½% verdienen. Wie teuer ist dann 1 kg der Mischung im Verkauf?

277. 8 kg Tabak zu je 22,50 DM werden mit 3 kg Tabak zu je 18 DM gemischt. Wieviel % beträgt der Gewinn, wenn der Verkaufspreis für 1 kg 23,40 DM beträgt?

278. Es werden gemischt: 100 kg zu je 4,80 DM, 80 kg zu je 4,00 DM und 60 kg einer 3. Sorte. 1 kg der Mischung kostet 5,00 DM. Wieviel kostet 1 kg der 3. Sorte?

279. Es werden gemischt: eine Sorte zum Preise von 12,60 DM und eine Sorte zum Preise von 10,40 DM je kg. Der Preis der Mischung beträgt 11,20 DM je kg. Bestimme das Mischungsverhältnis!

280. Ein Kaufmann hat 20 kg Kaffee zu je 12,60 DM. Von einer 2. Sorte, die nur 10,80 DM kostet, will er hinzumischen, so daß 1 kg Mischkaffee 12 DM kostet. Wieviel kg der 2. Sorte muß er nehmen?

fernmeldelehrling.de

2. Flüssigkeitsmischungen

Auch Flüssigkeiten (z. B. Spiritus, Essig, Wein) mischt der Kaufmann, um **Qualität** und **Preis** der Ware zu ändern.

Angewandte Aufgaben

281. Wieviel Liter Alkohol sind enthalten:
a) in 40 l Spiritus von 80%, b) in 60 l Branntwein von 48%?

282. Ein Brenner mischt 25 l Doppelkorn von 48% mit 15 l von 40%. Wieviel % hat nun der Doppelkorn?

283. Ein Kaufmann mischt 40 l Spiritus zu 80%, 30 l Spiritus zu 60% und 10 l Wasser. Wieviel % hat die Mischung?

284. Wir mischen 70 l Spiritus zu 80% mit 30 l zu 60%. 100 l reiner Alkohol (100%) kosten 250 DM. Wieviel kostet 1 l der Mischung?

285. Ein Händler schüttet in 1 hl reinen Essig 20 l Wasser. Wieviel % hat nun der Essig?

286. Ein Badewärter schüttet in 250 l Badewasser mit einem Salzgehalt von 2,4% noch weitere 4 kg Salz hinzu. Wieviel % hat nun das Wasser?

287. Wieviel Liter Wasser muß man in 60 l reinen Alkohol schütten, wenn die Mischung 80%ig werden soll?

288. Ein Moselwein zu 3,60 DM soll mit einem anderen Moselwein zu 2,40 DM gemischt werden, so daß 1 Liter 2,90 DM kostet. Bestimme das Mischungsverhältnis!

289. Ein Weinhändler verschneidet 750 l Rheinwein, 1 l zu 2,40 DM, mit 150 l Südwein, 1 l zu 3,60 DM. Er will $33\frac{1}{3}$% verdienen. Wieviel kostet nun eine Flasche ($\frac{3}{4}$ l) Weinverschnitt?

3. Metallmischungen — Legierungen

Auch Metalle können gemischt werden. Diese Metallmischungen nennt man **Legierungen.** Aus Kupfer und Zink stellt man **Messing** her, aus Kupfer und Zinn **Bronze,** aus Kupfer, Zinn und Nickel **Neusilber. — Edelmetalle** (Gold und Silber) werden, da sie für den Gebrauch zu weich sind, häufig mit Kupfer gemischt.

Das in der Legierung enthaltene Edelmetall bezeichnet man mit **Feingewicht** oder **Feingehalt.** Der Feingehalt wird nach Tausendteilen angegeben und ist durch **Stempelaufdruck** angezeigt (585 Feingehalt = 585 Teile Gold und 415 Teile Kupfer).

Angewandte Aufgaben

290. Messing enthält 70% Kupfer und 30% Zink. Wieviel kg Kupfer und wieviel kg Zink sind in 48 kg Messing enthalten?

291. Die große Glocke im Kölner Dom wiegt 25 500 kg. Wieviel kg Kupfer und Zinn enthält die Glocke, wenn die Bronzemischung 85% Kupfer enthält?

292. Neusilber hat ein Legierungsverhältnis von 13 : 4 : 3. Wieviel kg Kupfer, Zinn und Nickel enthält ein Zigarettenetui von 120 g Gewicht?

293. Eine Legierung enthält 100 g Silber und 25 g Kupfer. Wie groß ist der Feingehalt?

294. Ein Dutzend silberne Löffel wiegt 780 g und ist 800 gestempelt. Wieviel g Silber enthält 1 Löffel?

295. Eine silberne Dose mit einem Feingehalt von 900 enthält 108 g reines Silber. Wie schwer ist die Dose?

296. Ein Trauring trägt den Stempelaufdruck 585 und wiegt 8 g. Wieviel g Gold enthält der Ring?

297. Eine goldene Brosche wiegt 30 g und hat einen Feingehalt von 585. Für 1 g Feingold werden 3,75 DM bezahlt. Wieviel erhält man für die Brosche?

298. Unsere Goldmünzen vor dem 1. Weltkrieg hatten einen Feingehalt von 900. Das Zwanzigmarkstück wog 7,965 g. Wieviel reines Gold war im Zwanzigmarkstück?

299. Eine goldene Kette mit einem Feingehalt von 900 wog 80 g. Wieviel kostete die Kette, wenn 1 kg reines Gold 2 790 DM kostete und der Goldschmied für die Anfertigung 25% des Goldwertes berechnete?

300. 187,5 g Gold mit einem Feingehalt von 800 sollen durch Zusatz von Kupfer in eine Legierung mit 750 Feingehalt umgewandelt werden. Wieviel g Kupfer muß der Goldschmied zufügen?

fernmeldelehrling.de

RAUMLEHRE

A. Flächenberechnung

I. Grundbegriffe

In der Raumlehre (Geometrie) arbeitet man mit folgenden **Grundbegriffen:**

Punkt, Linie, Fläche, Körper.

Der **Punkt** hat raumkundlich (geometrisch) **keine Ausdehnung;** er ist nur eine gedachte Stelle im Raume.

Die **Linie** hat **eine Ausdehnung:** die **Länge.**

Die **Fläche** hat **zwei Ausdehnungen:** die **Länge** und die **Breite.**

Der **Körper** hat **drei Ausdehnungen:** die **Länge,** die **Breite** und die **Höhe.**

II. Linien

Man unterscheidet **gerade** und **krumme Linien.**

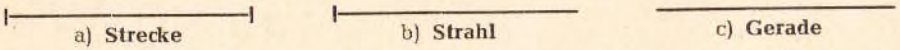
1. Gerade Linien

Die geraden Linien können **waagerecht** (horizontal), **senkrecht oder lotrecht** (vertikal), **schräg** (weder waagerecht noch senkrecht) und **diagonal** (z. B. in einem Viereck von einer Ecke zur anderen, daher auch **Ecklinie** oder **Diagonale** genannt) verlaufen.

Zwei gleichlaufende Linien, die nie zusammenstoßen, nennt man **parallele Linien** (Gleislinien).

Die **kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten** ist die **gerade Linie.**

Bei den **geraden Linien** unterscheiden wir:



a) **Strecke** b) **Strahl** c) **Gerade**

Die **Strecke** ist **zweiseitig begrenzt,** der **Strahl** ist **einseitig begrenzt,** die **Gerade** ist **unbegrenzt.**

Unser **Normal-Längenmaß** ist das **Meter (1 m).**

1 m ist der vierzigmillionste Teil des Erdumfangs (40 000 km).

Unsere Längenmaße: km, m, dm, cm, mm.

1 km	=	1 000 m	=	10 000 dm	=	100 000 cm	=	1 000 000 mm
		1 m	=	10 dm	=	100 cm	=	1 000 mm
				1 dm	=	10 cm	=	100 mm
						1 cm	=	10 mm

Die Verwandlungszahl ist 10!

Übungsaufgabe 301

a) **Schreibe als m:** 52 cm; 4 cm; 2 m 8 cm; 12 mm; 6 dm; 3 cm 8 mm!

b) **Schreibe als km:** 405 m; 80 m; 5 m; 7 km 250 m; 6 km 75 m; 9 km 3 m!

2. Krumme Linien

Bei den **krummen Linien** unterscheiden wir u. a.:

Bogen, Ellipse und **Kreislinie** (siehe Seite 79).

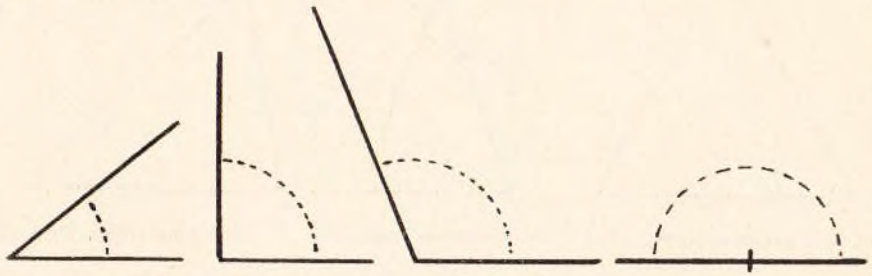
III. Winkel

Treffen zwei Geraden in einem Punkte zusammen, so entsteht ein **Winkel.** Die beiden Geraden, die den Winkel bilden, heißen **Schenkel,** der Schnittpunkt heißt **Scheitelpunkt.**

Die Winkel kann man mit einem **Winkelmesser** messen.

Ein **Winkelmesser** ist ein **Halbkreisbogen** mit einer **Winkeleinteilung** von 1—180°.

Man unterscheidet:



spitze Winkel	**rechte Winkel**	**stumpfe Winkel**	**gestreckte Winkel**
1—89°	90°	91—179°	180°

Die **Größe eines Winkels** hängt von der **Neigung der Schenkel** ab; **je größer die Neigung** der Schenkel zueinander, **desto kleiner der Winkel.**

Ein Winkel, bei dem die beiden Schenkel senkrecht aufeinander stehen, ist ein **rechter Winkel.** Er ist immer 90° groß.

Ein Winkel, der kleiner ist als ein rechter (1—89°), ist ein **spitzer Winkel.**

Ein Winkel, der größer ist als ein rechter (91—179°), ist ein **stumpfer Winkel.**

Ein Winkel, dessen Schenkel eine Gerade bilden, ist ein gerader oder **gestreckter Winkel.** Er ist immer 180° groß.

Ein Winkel, der größer ist als ein gestreckter, ist ein erhabener oder **überstumpfer Winkel.**

Merke:

Die **Summe der Winkel auf einer Geraden** beträgt **180°.**

Die **Summe der Winkel um einen Punkt** beträgt **360°.**

IV. Geradlinige Flächen

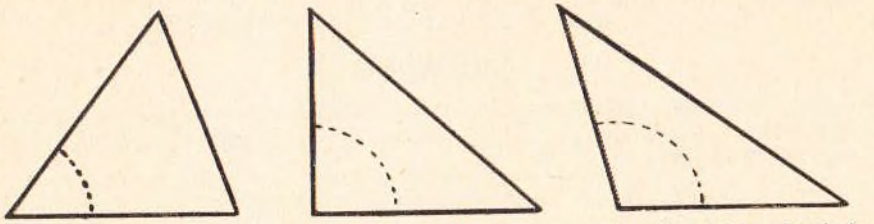
Geradlinige Flächen werden von **geraden Linien** begrenzt.

Nach der Zahl der Ecken unterscheiden wir **Dreiecke, Vierecke** und **Vielecke.**

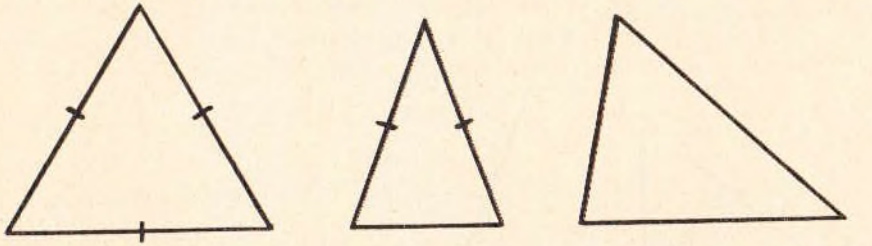
fernmeldelehrling.de

1. Arten der Dreiecke

Ein **Dreieck** ist eine von **drei Seiten** begrenzte **Fläche.**



spitzwinkliges, **rechtwinkliges,** **stumpfwinkliges Dreieck;**

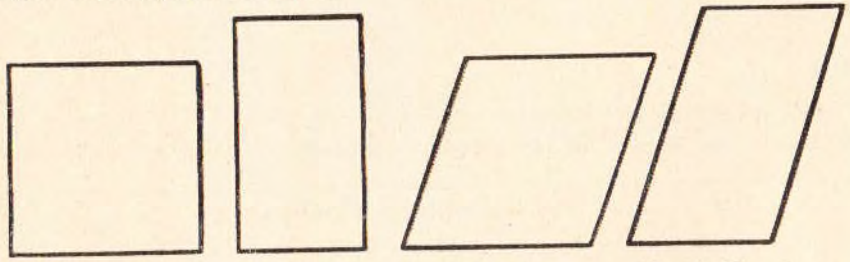


gleichseitiges, **gleichschenkliges,** **ungleichseitiges Dreieck.**

Je nach **Länge der Seiten** und **Größe der Winkel** unterscheidet man:
spitzwinklige Dreiecke: alle Winkel spitz (weniger als 90°),
rechtwinklige Dreiecke: ein rechter Winkel (90°),
stumpfwinklige Dreiecke: ein stumpfer Winkel (mehr als 90°),
gleichseitige Dreiecke: drei gleiche Seiten,
gleichschenklige Dreiecke: zwei gleiche Seiten,
ungleichseitige Dreiecke: alle Seiten verschieden.

2. Arten der Vierecke

Ein **Viereck** ist eine von **vier Seiten** begrenzte Fläche.
Sind in einem Viereck die **gegenüberliegenden Seiten parallel**, so ist das Viereck ein **Parallelogramm.**
Zu den Parallelogrammen zählen:



Quadrat **Rechteck** **Rhombus** **Rhomboid**

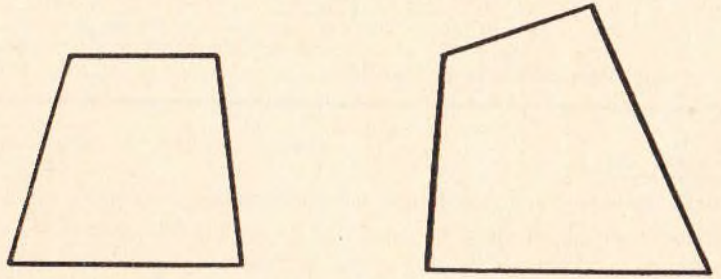
Ein **Quadrat** ist ein Viereck mit **gleichen Seiten** und **gleichen Winkeln.**

Ein **Rechteck** ist ein Viereck mit **ungleichen Seiten** und **gleichen Winkeln.**

Ein **Rhombus** ist ein Viereck mit **gleichen Seiten** und **ungleichen Winkeln.**

Ein **Rhomboid** ist ein Viereck mit **ungleichen Seiten** und **ungleichen Winkeln.**

Außer den **Parallelogrammen,** die **zwei Paar parallele Seiten** haben, gibt es noch zwei andere Vierecke:



Trapez **Trapezoid**

Ein **Trapez** ist ein Viereck **mit einem Paar paralleler Seiten.**

Ein **Trapezoid** ist ein Viereck **mit keinem Paar paralleler Seiten.**

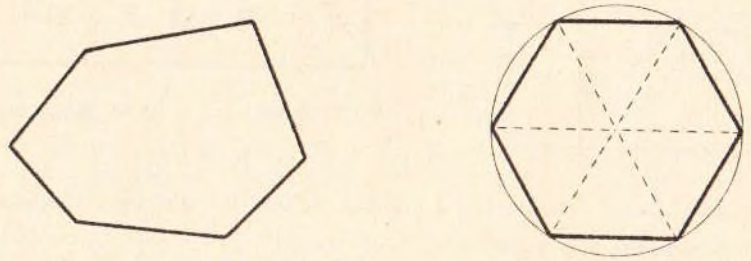
3. Arten der Vielecke

Eine geometrische Fläche mit mehr als vier Ecken nennt man **Vieleck.**

Sind die Seiten und Winkel ungleich, so ist es ein **unregelmäßiges Vieleck.**

Sind die Seiten und Winkel gleich, so ist es ein **regelmäßiges Vieleck.**

Nach der Anzahl der Ecken unterscheidet man **Fünf-, Sechs-, Achtecke** usw.



Unregelmäßiges Vieleck **Regelmäßiges Vieleck**

fernmeldelehrling.de

4. Flächenmaße

Unsere Flächenmaße: qkm, ha, a, qm, qdm, qcm, qmm.

1 Morgen = 25 a (ungefähr) = ¼ ha

1 qkm =	100 ha	= 10 000 a	= 1 000 000 qm
	1 ha	= 100 a	= 10 000 qm
		1 a	= 100 qm
1 qm =	100 qdm	= 10 000 qcm	= 1 000 000 qmm
	1 qdm	= 100 qcm	= 10 000 qmm
		1 qcm	= 100 qmm

Die Verwandlungszahl ist 100!

Übungsaufgabe 302

a) Verwandle in qcm: 5 qm; 1,4536 qm; 0,5 qm; 3 qdm; 5,25 qdm!

b) Verwandle in qm: 5 326 qcm; 80 qcm; 2,52 a; 5,2 ha; 0,57 qkm!

c) Verwandle in a: 2 550 qm; 85 qm; 8 qm; 375 ha; 0,25 ha!

d) Verwandle in ha: 450 a; 26 a; 5 a; 23 a 50 qm; 5 ha 5 a 50 qm!

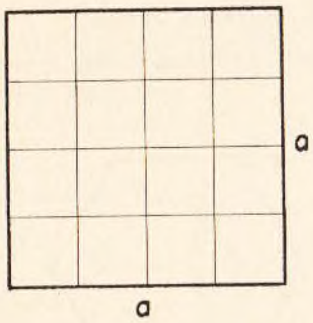
e) Ein Kartoffelfeld ist 250 a groß. a) Wieviel ha, b) wieviel qm sind das?

f) Ein Wald umfaßt 5,85 ha. a) Wieviel a, b) wieviel qm?

g) Ein Marktplatz ist 75 945 qm groß. a) Wieviel a, b) wieviel ha?

h) Zum Dorfe A gehören 85,06 ha Wiesenland, 275½ ha Ackerland, 75,4 a Wald, 180,50 ha Heide und 1 236 a Gartenland. Wieviel qm sind das zusammen?

5. Das Quadrat



$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot a \text{ oder } a^2$$

U = Umfang F = Flächeninhalt

a = Seite

Das **Quadrat** ist ein Viereck mit **4 gleichen Seiten** und **4 rechten Winkeln.**

a) Die Berechnung des Umfangs

Der **Umfang des Quadrates** ist gleich der **Summe der Seiten.**

Wenn die Seite eines Quadrates 4 cm beträgt, dann ist der Umfang, da die 4 Seiten gleich lang sind, 4 cm · 4 = 16 cm.

Merke: Umfang = Seite mal 4. $U = 4 \cdot a$

Wenn man den **Umfang durch 4** teilt, erhält man die Länge der **Seite:** 16 cm : 4 = 4 cm.

Merke: Umfang : 4 = Seite $U : 4 = a$

b) Die Berechnung des Inhalts

Der **Inhalt des Quadrates** ist gleich dem **Produkt der Seiten.**

Bei einem Quadrat von 4 cm Seitenlänge kann man auf die Grundseite nebeneinander 4 Quadratzentimeter stellen. Da die anderen Seiten auch 4 cm lang sind, kann man 4 Reihen von je 4 qcm aufeinanderstellen.

Der Inhalt ist also: 4 cm · 4 cm = 16 qcm.

Merke: Inhalt = Seite mal Seite. $F = a \cdot a$

Für a · a schreibt man auch a^2 (lies: a hoch 2 oder a Quadrat). $F = a^2$

Angewandte Aufgaben

303. Ein quadratförmiges Zimmer von 4,57 m Seitenlänge soll als Abschluß der Tapete eine Leiste erhalten, von der das Meter 1,35 DM kostet. Was kostet die Leiste?

304. Ein quadratischer Unterrichtsraum eines PA mit 4,32 m Seitenlänge soll gedielt werden. Wieviel kostet der Fußboden, wenn 1 qm mit 8,50 DM berechnet wird?

305. Der Umfang eines quadratförmigen Posthofes beträgt 64,76 m. Wieviel beträgt der Flächeninhalt?

306. In wieviel Quadrate von 3 cm Seitenlänge kann man ein Quadrat von 24 cm Seitenlänge zerlegen?

307. Ein Bauer kauft eine quadratische Wiese von 65 m Seitenlänge und zahlt für 1 a 75 DM. Wieviel kostet die Wiese?

308. Ein quadratförmiges Feld ist 36 m lang. Für wieviel DM Kartoffeln erntet man, wenn man auf 1 a 125 kg rechnet und 1 dz 12,50 DM kostet?

309. Eine Spülnische hat 70 quadratische Wandplatten von 15 cm Seitenlänge. Wieviel qm sind mit Platten bedeckt?

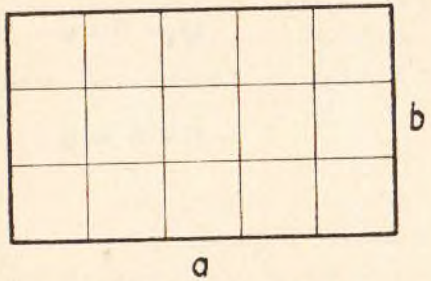
310. Ein Bürgersteig hat 6 Reihen von je 50 quadratischen Steinplatten mit 35 cm Seitenlänge. Wieviel qm umfaßt der Bürgersteig?

311. Der Fußboden eines quadratischen Schaltervorraumes von 3,6 m Seitenlänge soll mit quadratischen Steinfliesen von 30 cm Seitenlänge belegt werden. Wieviel Fliesen werden benötigt?

312. Ein quadratförmiger Platz von 120 m Seitenlänge ist von einem 5 m breiten Weg umgeben, der mit Kies belegt werden soll. Auf 1 a rechnet man 3 Wagen Kies. Wieviel Wagen sind erforderlich?

fernmeldelehrling.de

6. Das Rechteck



$$U = 2(a + b)$$

$$F = a \cdot b$$

$$\frac{F}{b} = a \qquad \frac{F}{a} = b$$

a = Länge b = Breite

Ein **Viereck mit 2 Paar parallelen Seiten** nennt man **Parallelogramm.**

Ein **Rechteck** ist ein Parallelogramm mit **ungleichen Seiten** und **gleichen Winkeln.**

Die gegenüberliegenden Seiten des Rechtecks sind gleich, die vier Winkel sind rechte Winkel.

a) Die Berechnung des Umfangs

Der **Umfang des Rechtecks** ist gleich der **Summe der Seiten.**
Wenn die Länge eines Rechtecks 5 cm und die Breite 3 cm beträgt, dann ist der Umfang also: 5 cm + 3 cm + 5 cm + 3 cm = 16 cm
Man kann aber auch zwei anstoßende Seiten zusammenzählen und die Summe mit 2 malnehmen, also: (5 cm + 3 cm) · 2 = 16 cm.

Merke: Umfang = Länge plus Breite mal 2. $U = 2\ (a+b)$

b) Die Berechnung des Inhalts

Der **Inhalt des Rechtecks** ist gleich dem **Produkt der Seiten.**

Wenn die Länge eines Rechtecks 5 cm beträgt, kann man 5 Quadratzentimeter darauf stellen. Wenn die Breite 3 cm lang ist, kann man 3 Reihen von je 5 qcm aufeinanderstellen.

Der Inhalt ist also: 5 cm · 3 cm = 15 qcm;

Merke: Inhalt = Länge mal Breite. $F = a \cdot b$

Wenn man den **Inhalt durch** die **Breite** teilt, erhält man die **Länge:**

15 qcm : 3 cm = 5 cm. $\frac{F}{b} = a$

Wenn man den **Inhalt durch** die **Länge** teilt, erhält man die **Breite:**

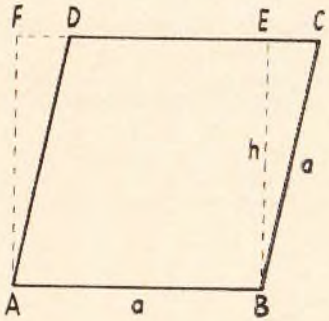
15 qcm : 5 cm = 3 cm. $\frac{F}{a} = b$

Angewandte Aufgaben

313. Ein posteigenes Grundstück ist 236 m lang und 148 m breit. Wie groß ist a) der Umfang, b) der Flächeninhalt?
314. Der Flächeninhalt eines Rechtecks beträgt 862,64 qm. Die Länge ist 32,8 m. Wie groß ist die Breite?

315. Der Flächeninhalt eines 25,4 m langen Gartens ist 401,32 qm. Berechne den Umfang!
316. Der Umfang eines 15,8 m breiten Gartens beträgt 82,4 m. Wie groß ist der Flächeninhalt?
317. Ein Postgrundstück mit 136,4 m Länge und 74,6 m Breite soll eingezäunt werden. Wieviel kostet die Umzäunung, wenn das laufende Meter mit 24,50 DM berechnet wird?
318. Ein Zustellersaal ist 25 m lang und 12¾ m breit. Von der Länge werden 5,80 m für eine Schließfachanlage abgeteilt. Wie groß ist der Zustellersaal jetzt?
319. Die DBP bezahlt für ein Baugrundstück von 13,65 m Breite und 45,85 m Tiefe 6,25 DM je qm. Die Straßenbaukosten betragen 124,80 DM, der Licht-, Wasser- und Kanalanschluß 372,50 DM. Wieviel betragen die Gesamtkosten?
320. In einem Neubau werden 14 Fenster verglast: 6 Fenster mit je 8 quadratischen Scheiben von 35 cm Seitenlänge und 8 Fenster mit je 12 rechteckigen Scheiben von 42 cm Länge und 28 cm Breite. Wieviel kostet die Verglasung, wenn 1 qm mit 12,40 DM berechnet wird?
321. Ein Weizenfeld hat eine Länge von 185 m und eine Breite von 130 m. Wieviel dz Weizen erntet man, wenn 1 ha 1500 kg bringt?
322. Ein Garten von 36,20 m Länge und 24,50 m Breite soll eine 30 cm dicke Mauer erhalten. Wie groß ist dann noch der Garten?
323. Ein Dienstzimmer ist 6½ m lang, 5¾ m breit und 3,80 m hoch. Es soll tapeziert werden. Für Türen und Fenster werden 8 qm abgerechnet. Was kostet das Tapezieren, wenn der Anstreicher 1 qm mit 1,35 DM berechnet?
324. Ein 38,50 m langes und 12,25 m breites Dach soll mit Dachpappe belegt werden. Wie hoch stellt sich der Rechnungsbetrag, wenn 1 qm Dachpappe 0,75 DM kostet und bei einem Stundenlohn von 1,35 DM 2 Gesellen 3 Tage à 8 Stunden gearbeitet haben?

7. Der Rhombus und das Rhomboid



$$U = 4 \cdot a \qquad F = a \cdot h$$

$$\frac{F}{h} = a \qquad \frac{F}{a} = h$$

a = Seite h = Höhe

Ein **Rhombus** ist ein Parallelogramm mit 4 **gleichen Seiten** und 4 **ungleichen Winkeln.** Man nennt ihn auch **Raute** und **verschobenes Quadrat.**

Die Grundseite AB nennt man **Grundlinie** = a.

Den senkrechten Abstand zwischen zwei parallelen Seiten nennt man **Höhe** = h.

a) Die Berechnung des Umfangs

Der **Umfang des Rhombus** ist wie beim **Quadrat** gleich der **Summe der Seiten.** $U = 4 \cdot a$

fernmeldelehrling.de

b) Die Berechnung des Inhalts

Der **Inhalt des Rhombus** ist gleich dem **Produkt von Grundlinie und Höhe.**

Wir schneiden auf der rechten Seite des Rhombus das Dreieck BCE ab und fügen es auf der linken Seite (ADF) wieder an. Dadurch entsteht ein **Quadrat.** Der **Rhombus** ABCD ist gleich dem **Quadrat** ABEF; denn **Parallelogramme mit gleicher Grundlinie und gleicher Höhe sind inhaltsgleich.**

Wir berechnen also den **Rhombus** wie ein **Quadrat.** $F = a \cdot h$

Wenn man den **Inhalt durch** die **Höhe** teilt, erhält man die **Grundlinie.** $\frac{F}{h} = a$

Wenn man den **Inhalt durch** die **Grundlinie** teilt, erhält man die **Höhe.** $\frac{F}{a} = h$

c) Die Inhaltsberechnung des Rhomboids

Ein **Rhomboid** ist ein Parallelogramm mit **ungleichen Seiten** und **ungleichen Winkeln.** Man nennt es auch **Schiefeck** oder **verschobenes Rechteck.**

Wir berechnen das **Rhomboid** wie ein **Rechteck.** $F = a \cdot h$

Angewandte Aufgaben

325. Die Grundlinie eines Rhomboids beträgt 24,6 cm, die Höhe 16,2 cm. Berechne den Flächeninhalt!

326. Der Inhalt eines 32,4 cm langen Rhomboids beträgt 894,24 qcm. Berechne die Höhe!

327. Der Inhalt eines Rhomboids beträgt 667,40 qcm, die Höhe ist 23,5 cm. Berechne die Grundlinie!

328. Eine Wiese hat die Form eines Rhomboids. Die Länge beträgt 75,60 m, die Höhe 68,50 m, der Heuertrag 45 kg pro Ar. Wieviel dz erntet man von der Wiese?

8. Das Dreieck

a) Arten der Dreiecke

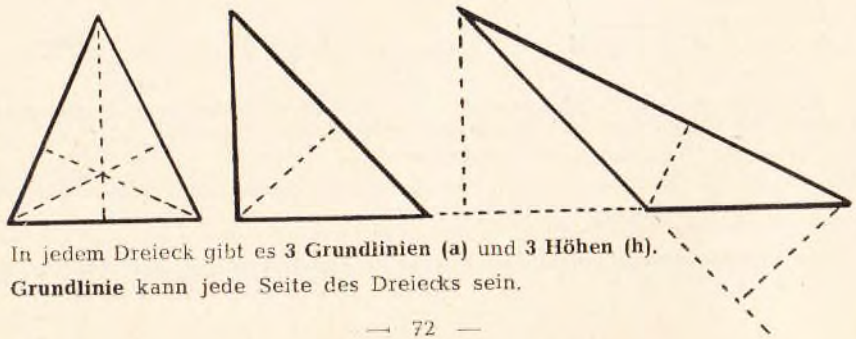
Es gibt **spitzwinklige, rechtwinklige, stumpfwinklige** sowie **gleichseitige, gleichschenklige** und **ungleichseitige Dreiecke** (Siehe Seite 66).

Im rechtwinkligen Dreieck heißen die beiden Seiten, die den rechten Winkel bilden, **Katheten;** die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, ist die **Hypotenuse.**

b) Dreieckswinkel

Die **Summe der Winkel beträgt in jedem Dreieck 180°.**

c) Dreieckshöhen



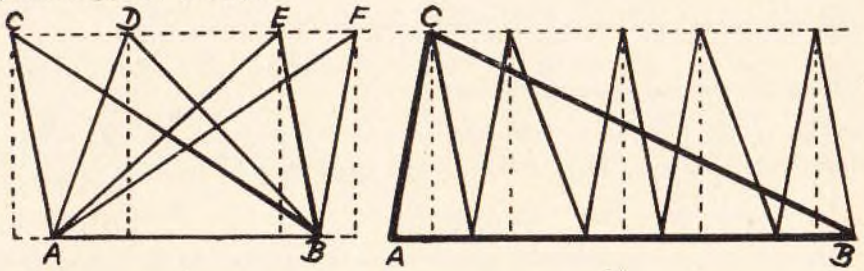
In jedem Dreieck gibt es **3 Grundlinien (a)** und **3 Höhen (h).**

Grundlinie kann jede Seite des Dreiecks sein.

Die Senkrechte von der Spitze zur gegenüberliegenden Grundlinie ist die **Höhe** des Dreiecks.

Im spitzwinkligen Dreieck gibt es 3 Höhen; sie schneiden sich in einem Punkte. **Im rechtwinkligen Dreieck** werden 2 Höhen durch die senkrecht aufeinanderstehenden Katheten gebildet. **Im stumpfwinkligen Dreieck** liegen 2 Höhen außerhalb des Dreiecks.

d) Inhaltsgleiche Dreiecke



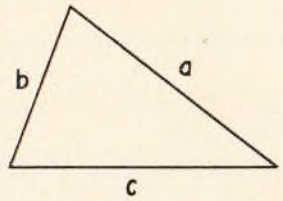
a) b)

Merke:

Dreiecke mit gleicher Grundlinie und gleicher Höhe sind inhaltsgleich.

Das Dreieck ABC und die Summe der 5 einzelnen Dreiecke sind inhaltsgleich, da sie die gleiche Grundlinie und die gleiche Höhe haben.

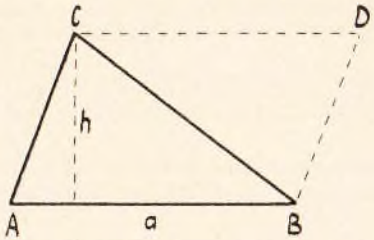
e) Die Berechnung des Umfangs



$$U = a + b + c$$

Der **Umfang des Dreiecks** ist gleich der **Summe der Seiten.**

f) Die Berechnung des Inhalts



$$F = \frac{a \cdot h}{2} \qquad a = \frac{2F}{h} \qquad h = \frac{2F}{a}$$

Wir schneiden aus Papier zwei gleich große Dreiecke (ABC und BCD) und legen das Dreieck BCD umgekehrt (mit der Spitze nach unten) neben das Dreieck ABC. Es entsteht ein **Parallelogramm** (ABDC), das **doppelt so groß** ist

fernmeldelehrling.de

wie das Dreieck ABC. Umgekehrt ist das **Dreieck** ABC **die Hälfte des Parallelogramms** ABDC, das die gleiche Grundlinie und die gleiche Höhe hat.

Man berechnet also den **Inhalt eines Dreiecks,** indem man zuerst das zugehörige Parallelogramm (= 2 Dreiecke) berechnet: **Grundlinie mal Höhe,** und dann das Ergebnis **durch** 2 dividiert.

$$F = \frac{a \cdot h}{2}$$

Wenn also die **Grundlinie 6 cm** und die **Höhe 4 cm** beträgt, dann berechnen wir den **Inhalt** des **Dreiecks:** $\frac{6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ qcm}$

Man kann auch den Inhalt des Dreiecks berechnen, indem man die **halbe Grundlinie** mit der **Höhe** multipliziert,

also: $\frac{6}{2}$ cm · 4 cm = 12 qcm $\qquad F = \frac{a}{2} \cdot h$

oder indem man die **halbe Höhe** mit der **Grundlinie** multipliziert,

also: $\frac{4}{2}$ cm · 6 cm = 12 qcm $\qquad F = \frac{h}{2} \cdot a$

Man berechnet die **Grundlinie** eines Dreiecks, indem man den **zweifachen Inhalt durch** die **Höhe** dividiert,

also: $\frac{24 \text{ qcm}}{4 \text{ cm}} = 6 \text{ cm}$ $\qquad a = \frac{2F}{h}$

Man berechnet die **Höhe** eines Dreiecks, indem man den **zweifachen Inhalt durch** die **Grundlinie** dividiert,

also: $\frac{24 \text{ qcm}}{6 \text{ cm}} = 4 \text{ cm}$ $\qquad h = \frac{2F}{a}$

Angewandte Aufgaben

329. Die Grundlinie eines dreieckigen Platzes ist 46,30 m, die Höhe 24,60 m lang. Berechne den Flächeninhalt!

330. Der Flächeninhalt eines dreieckigen Feldes beträgt 1 350 qm, die Grundlinie ist 75 m lang. Berechne die Höhe!

331. Die Spitze eines dreieckigen Ackers ist von der gegenüberliegenden Grundseite 75 m entfernt, der Flächeninhalt beträgt 97½ a. Berechne die Grundlinie!

332. Ein dreieckiger Garten hat eine Grundlinie von 35¾ m und eine Höhe von 26,50 m. Wieviel kostet der Garten, wenn 1 a mit 75 DM berechnet wird?

333. Ein Baugrundstück hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten 56½ m und 34,75 m lang sind. Wieviel kostet das Grundstück, wenn 1 qm mit 6,75 DM berechnet wird?

334. Eine Wiese hat die Gestalt eines Dreiecks. Die Grundlinie beträgt 225 m, die Höhe 165 m. Wieviel dz Heu werden geerntet, wenn man von 1 ha durchschnittlich 2 500 kg rechnet?

335. Ein dreieckiges Grundstück mit einer Grundlinie von 124,80 m und einer Höhe von 164,75 m wird gegen ein rechteckiges Grundstück mit einer Länge von 136,50 m ausgetauscht. Berechne die Breite!

336. Ein dreieckiger Acker mit einer Grundlinie von 72,60 m und einer Höhe von 63,75 m soll gegen einen anderen Acker, der die Form eines rechtwinkligen Dreiecks hat, vertauscht werden. Die eine Kathete des rechtwinkligen Ackers ist 55,20 m, wie lang ist die andere Kathete?

337. Ein Kirchturmdach mit 4 dreieckigen Seitenflächen soll mit Dachschiefer belegt werden. Die Grundlinie der Seitenflächen ist 4,80 m, die Höhe 12,50 m lang, 1 qm Schieferbelag wird mit 6,75 DM berechnet. Wie hoch ist der Rechnungsbetrag?

338. Eine Postbaugesellschaft baut 10 Häuser. Jedes Haus hat 4 gleiche dreieckige Dachflächen mit 6,80 m Grundlinie und 4,75 m Höhe. Wieviel Dachziegel werden insgesamt benötigt, wenn auf 1 qm 12 Stück gerechnet werden?

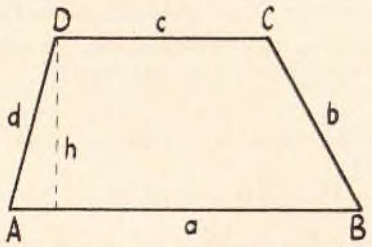
339. Ein rechteckiger Acker von 120 m Länge und 36 m Breite wird gegen einen gleich großen dreieckigen Acker, dessen Grundseite 135 m beträgt eingetauscht. Wie lang ist die Höhe des Dreiecks?

340. Die Vorderfront und ein Seitengiebel eines Postamts sollen gestrichen werden. Länge des Hauses 28,40 m, Breite 12,50 m, Höhe bis zur Dachkante 15,20 m, Höhe bis zur Dachspitze 21,75 m. An der Vorderfront werden für Fenster und Türen 24 m², am Seitengiebel 15 m² abgerechnet. Wieviel kostet der Anstrich, wenn 1 m² mit 1,75 DM berechnet wird?

9. Das Trapez

Ein **Trapez** ist ein **Viereck mit nur einem Paar paralleler Seiten.**

a) Die Berechnung des Umfangs



$$U = a + b + c + d$$

Der **Umfang des Trapezes** ist gleich der **Summe der Seiten.**

Die Linie AB ist die **große Grundlinie: a.**

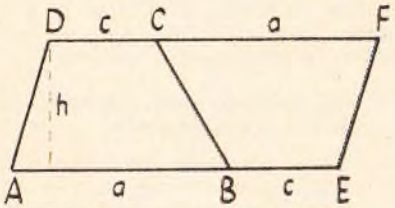
Die Linie DC ist die **kleine Grundlinie: c.**

Der senkrechte Abstand ist die **Höhe: h.**

b) Die Berechnung des Inhalts

Man unterscheidet zwei Arten der Inhaltsberechnung.

Erste Art der Inhaltsberechnung



$$F = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

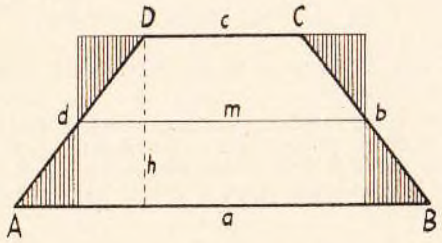
Wir legen zwei inhaltsgleiche Trapeze umgekehrt nebeneinander; es entsteht ein **schiefwinkliges Parallelogramm** (AEFD), dessen Grundlinie aus der **großen und kleinen Grundlinie** des Trapezes (ABCD) besteht: **a + c.**

fernmeldelehrling.de

Der Inhalt des **Parallelogramms** (AEFD) wird berechnet: **a + c · h.** Da es aus zwei inhaltsgleichen Trapezen besteht, berechnet man den **Inhalt des Trapezes:**

$$F = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

Zweite Art der Inhaltsberechnung



Inhalt = Mittellinie · Höhe

F = m · h

Wir bilden aus dem **Trapez** ein **inhaltsgleiches Rechteck,** indem wir die unten abfallenden Dreiecke oben anfügen. Die Höhe des Trapezes und die Höhe des Rechtecks sind gleich. Wenn wir die große und die kleine Grundlinie des Trapezes addieren und durch 2 dividieren $\frac{(a + c)}{2}$, erhalten wir die **Mittellinie: m.** Die Mittellinie ist gleich der Grundlinie des Rechtecks. Das **Rechteck** berechnen wir: **a · h.** Das inhaltsgleiche **Trapez** berechnen wir: **m · h.**

Angewandte Aufgaben

341. Die große Grundlinie eines Trapezes beträgt 36,50 m, die kleine 25,40 m, die Höhe 17,35 m. Wie groß ist der Inhalt?

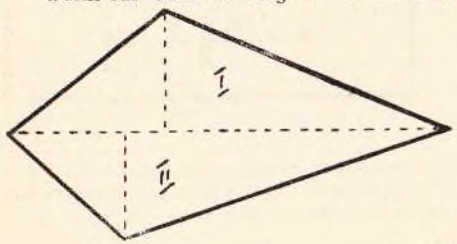
342. Der Inhalt eines Trapezes beträgt 936 qm. Die große Grundlinie ist 88,50 m, die kleine 36,30 m lang. Wie groß ist die Höhe?

343. Bei einem trapezförmigen Acker mißt die große Grundlinie 225 m, die kleine Grundlinie 196 m und die Höhe 87 m. Wieviel Pacht wird für den Acker bezahlt, wenn 1 a mit 1,75 DM berechnet wird?

344. Die beiden parallelen Seiten eines trapezförmigen Baugeländes sind 29,50 m und 25 m lang, der senkrechte Abstand beträgt 18,20 m. Was kostet das Baugelände, wenn 1 m² mit 8,75 DM berechnet wird?

345. Die 4 Seitenflächen eines Papierkastens mit quadratischer Grundfläche sind trapezförmig. Die Grundkanten der Seitenflächen sind 32 cm, die Oberkanten 40 cm breit, die Höhe beträgt 52 cm. Wieviel qm Holz gebraucht man einschl. der Grundflächen für 24 Papierkästen?

346. Eine trapezförmige Dachfläche soll mit Ziegeln belegt werden. Die beiden Grundlinien sind 13,80 m und 11,40 m, und die Höhe ist 7,50 m lang. Die Dachziegel sind 24 cm lang und 15 cm breit. Wieviel Ziegel sind erforderlich, wenn für Überdeckung 1/5 der erforderlichen Ziegel gerechnet werden?

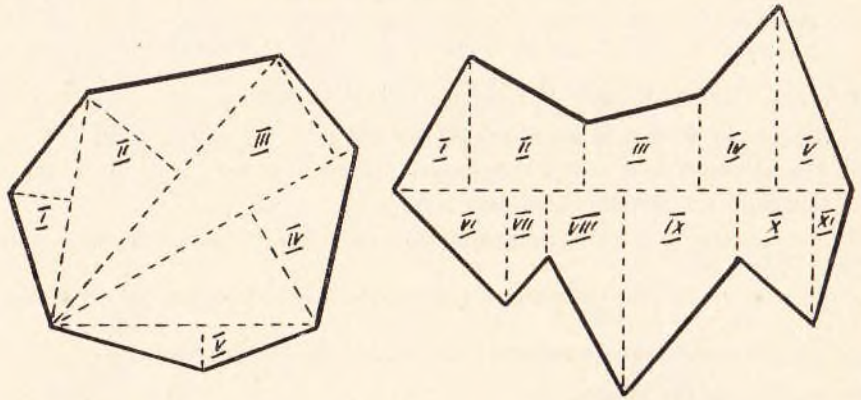


Ein **Viereck ohne parallele Seiten** nennt man **Trapezoid.**

Man berechnet den **Inhalt des Trapezoids,** indem man es durch eine Diagonale **in Dreiecke zerlegt** und diese berechnet.

10. Das Vieleck

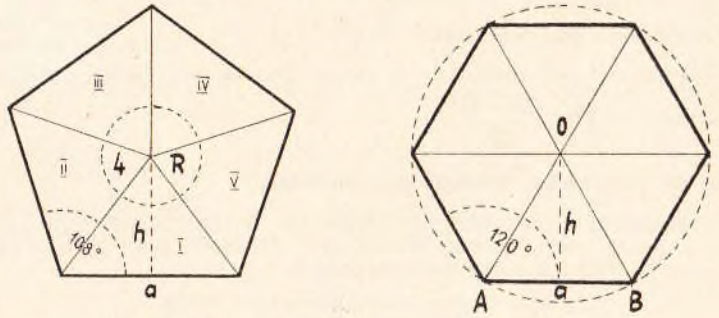
a) Das unregelmäßige Vieleck



Die Berechnung des Inhalts:

Das unregelmäßige Vieleck wird in **berechenbare Flächen** (Dreiecke — Rechtecke — Trapeze) aufgeteilt; alle Teilflächen zusammen ergeben den Inhalt.

b) Das regelmäßige Vieleck



$$F = \frac{a \cdot h}{2} \cdot n$$

$$F = \frac{U \cdot h}{2}$$

Verbindet man im regelmäßigen Vieleck den Mittelpunkt mit den Ecken, so entstehen soviel **Dreiecke,** als das Vieleck **Seiten** hat.

fernmeldelehrling.de

Die **Eckwinkel** betragen im regelmäßigen

Fünfeck	5 · 2R = 10R	10R — 4R = 6R	6R : 5 = **108°**
Sechseck	6 · 2R = 12R	12R — 4R = 8R	8R : 6 = **120°**
Achteck	8 · 2R = 16R	16R — 4R = 12R	12R : 8 = **135°**
Zehneck	10 · 2R = 20R	20R — 4R = 16R	16R : 10 = **144°**
Zwölfeck	12 · 2R = 24R	24R — 4R = 20R	20R : 12 = **150°**

Erklärung: (1R = 1 Rechter = 1 rechter Winkel = 90°)

Die **Summe der Winkel in jedem Dreieck** beträgt 180° = 2 Rechte = **2R.**

Die **Summe der Winkel in den 5 Dreiecken** des Fünfecks beträgt 5 · 2R = **10R.**

Die **Summe der 5 Mittelpunktswinkel** beträgt 360° = **4R.**

Wir subtrahieren die Mittelpunktswinkel, dann bleiben die **5 Eckwinkel** übrig: 10R — 4R = **6R.**

Da die 5 Eckwinkel im regelmäßigen Fünfeck gleich groß sind, beträgt **1 Eckwinkel** 6R : 5 = 540° : 5 = **108°.**

Auf die gleiche Weise errechnet man die Winkel der übrigen Vielecke.

Die Berechnung des Inhalts

Wir haben die regelmäßigen Vielecke in Dreiecke aufgeteilt. Da diese alle gleich groß sind, brauchen wir nur **ein** Dreieck, das sog. **Bestimmungsdreieck,** zu berechnen und den **Inhalt dieses Dreiecks** mit der **Seitenzahl** zu vervielfachen.

Die **Grundlinie** des Bestimmungsdreiecks nennen wir **a.**

Die **Höhe** des Bestimmungsdreiecks nennen wir **h.**

Die **Anzahl der Seiten** des Vielecks nennen wir **n.**

Wir berechnen also den Inhalt des regelmäßigen Vielecks:

Bestimmungsdreieck mal Seitenzahl: $\frac{a \cdot h}{2} \cdot n$

Da **Seitenlänge mal Seitenzahl** (a · n) **gleich Umfang** des Vielecks (**U**) ist, heißt die Kurzformel: $\mathbf{F = \frac{U \cdot h}{2}}$

Die Höhe des Bestimmungsdreiecks (Seitenstrahl):

Im regelmäßigen Vieleck steht die **Höhe des Bestimmungsdreiecks** in einem bestimmten Verhältnis zur **Seite.** Nimmt man die **Seite des Vielecks** mit 1 an, dann beträgt die **Höhe des Bestimmungsdreiecks**

beim regelmäßigen **Fünfeck**	**0,688**
beim regelmäßigen **Sechseck**	**0,866**
beim regelmäßigen **Achteck**	**1,207**
beim regelmäßigen **Zehneck**	**1,538**
beim regelmäßigen **Zwölfeck**	**1,866**

Bei der Inhaltsberechnung eines regelmäßigen Vielecks braucht also nur die **Seite des Bestimmungsdreiecks gegeben** zu sein; die **Höhe des Bestimmungsdreiecks,** der **Seitenstrahl,** kann dann **berechnet** werden.

Beispiel: Wenn die Seite des Bestimmungsdreiecks im regelmäßigen Fünfeck 1 m ist, dann ist die Höhe 0,688 m; ist die **Seite 3,25 m,** dann ist die **Höhe** 3,25 · 0,688 m = **2,236 m.**

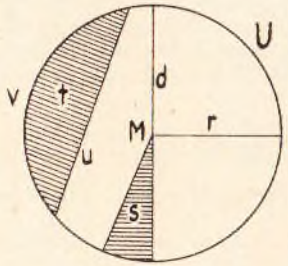
Angewandte Aufgaben

347. Berechne den Inhalt eines regelmäßigen Fünfecks (Sechsecks, Achtecks), dessen Seitenlänge 6,5 m beträgt!

348. Die Seitenlänge eines Blumenbeetes, das die Gestalt eines regelmäßigen Achtecks hat, beträgt 5 m. Berechne den Inhalt!

349. Ein Schloßhof, der die Form eines regelmäßigen Sechsecks hat, soll mit Steinplatten belegt werden. Die Seitenlänge des Hofes beträgt 3,50 m. 1 qm verlegter Platten wird mit 6,50 DM berechnet. a) Wie groß ist der Flächeninhalt des Hofes? b) Was kostet das Belegen des Hofes mit Steinplatten?

V. Der Kreis



U = **Kreisumfang (Peripherie)**
F = **Kreisinhalt**
M = **Kreismittelpunkt**
d = **Durchmesser**
r = **Halbmesser (Radius)**
n = **Sehne**
v = **Kreisbogen**
s = **Kreisausschnitt (Sektor)**
t = **Kreisabschnitt (Segment)**

Der **Kreisumfang** (die **Kreislinie** oder Peripherie) ist eine geschlossene, gleichmäßig gekrümmte Linie, deren sämtliche Punkte gleich weit von einem Punkt, dem **Kreismittelpunkt,** entfernt sind.

Der **Kreisinhalt** (die **Kreisfläche**) ist die Fläche, die von der Kreislinie (vom Kreisumfang) eingeschlossen wird.

Der **Durchmesser** (∅) ist eine gerade Linie, die von einem Punkt der Kreislinie durch den Kreismittelpunkt zum gegenüberliegenden Punkt der Kreislinie führt.

Der **Halbmesser (Radius)** ist die kürzeste Entfernung von einem Punkt der Kreislinie zum Kreismittelpunkt.

Die **Sehne** ist eine gerade Linie, die von einem Punkt der Kreislinie zu einem anderen Punkt der Kreislinie führt, ohne den Kreismittelpunkt zu berühren.

Der **Kreisbogen** ist ein Teil der Kreislinie.

Der **Kreisausschnitt (Sektor)** ist der Teil einer Kreisfläche, der von zwei Halbmessern und einem Bogen begrenzt wird.

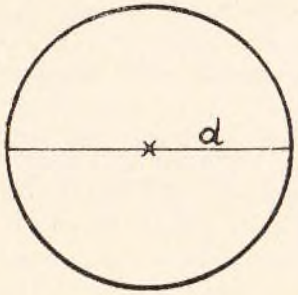
Der **Kreisabschnitt (Segment)** ist der Teil einer Kreisfläche, der von Sehne und Bogen begrenzt wird.

Ein **Kreis** wird in **360 Grad (360°)** eingeteilt.

1 Grad (1°) = **60 Minuten** (60'), **1 Minute** = **60 Sekunden** (60'').

fernmeldelehrling.de

1. Die Umfangsberechnung des Kreises



$$\mathbf{U = d \cdot \pi \text{ oder } U = 2r \cdot \pi}$$

$$\mathbf{d = \frac{U}{\pi}} \qquad \mathbf{r = \frac{U}{2\pi}}$$

Wir messen mit einer Schnur den **Umfang** und den **Durchmesser** eines Wagenrades und teilen den Umfang durch den Durchmesser. Wir wiederholen die Übung an mehreren größeren und kleineren Kreisen. Das Ergebnis ist bei genauer Messung immer das gleiche: **Kreisumfang geteilt durch Durchmesser ist 3,14159** (gekürzt 3,14 oder $3^1/_7$). In der Formel drückt man die Zahl **3,14** oder $\mathbf{3^1/_7}$ durch den griechischen Buchstaben π (pi) aus.

Wenn nun **Kreisumfang geteilt durch Durchmesser 3,14 oder** π ist, dann ist **Durchmesser mal 3,14 oder** π **gleich** dem **Kreisumfang:** $U = d \cdot \pi$.

Da der Durchmesser doppelt so groß ist wie der Halbmesser, heißt die Formel auch: $U = 2r \cdot \pi$.

Die **Umkehrungen** lauten: $d = \frac{U}{\pi}$ oder $r = \frac{U}{2\pi}$

Angewandte Aufgaben

350. Der Durchmesser eines Kreises ist 2,70 m lang. Berechne den Umfang! ($\pi = 3{,}14$)

351. Wie groß ist der Umfang eines Kreises, wenn der Radius 35 cm beträgt? ($\pi = 3^1/_7$)

352. Der Umfang eines kreisförmigen Wasserbeckens ist 37,68 m. Berechne den Durchmesser! ($\pi = 3{,}14$)

353. Wie lang ist der Radius eines runden Blumenbeetes, dessen Umfang 17,16 m beträgt? ($\pi = 3^1/_7$)

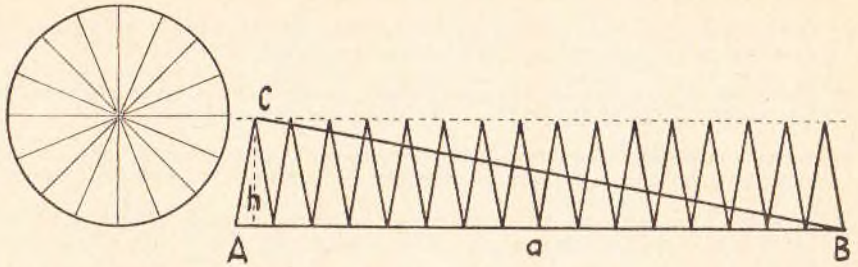
354. Der Umfang eines Baumes mißt 2,041 m. Berechne die Dicke des Baumes!

355. Die runde Kochstelle eines Küchenherdes, deren 3 Ringe 2,1 cm breit sind, hat einen Durchmesser von 26 cm. Berechne den Umfang der 3 Ringe und des kreisförmigen Mittelstücks!

356. Wieviel m Bandeisen braucht ein Schmied zum Beschlagen der 4 Räder eines Wagens, wenn die Vorderräder 68 cm und die Hinterräder 96 cm hoch sind?

357. Um einen runden Teich, der einen Durchmesser von $36^1/_2$ m hat, soll ein Geländer angebracht werden. Was kostet das Geländer, wenn das laufende Meter mit 4,75 DM berechnet wird?

2. Die Inhaltsberechnung des Kreises



Wir zerlegen die Kreisfläche in **16 gleiche Kreisausschnitte** (Figur 1) und ziehen sie dann auseinander (Figur 2). Die 16 Kreisausschnitte bilden nun **16 Dreiecke** mit gleicher Grundlinie und gleicher Höhe. Diese 16 Dreiecke, die zusammengefaßt den Inhalt des Kreises bilden, sind ebenfalls inhaltsgleich mit dem großen **Dreieck ABC,** da Dreiecke mit gleicher Grundlinie und gleicher Höhe inhaltsgleich sind (siehe Seite 73 Abschnitt 8 d). Also ist der Inhalt des großen **Dreiecks ABC** auch **gleich dem Inhalt des Kreises.**

Man berechnet also den **Inhalt des Kreises:**

$$J = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{U \cdot r}{2} = \frac{d \cdot \pi \cdot r}{2} = \frac{2r \cdot \pi \cdot r}{2} = r \cdot r \cdot \pi = \underline{\underline{r^2\pi}}$$

Erklärung:

Nach vorstehender Darlegung wird der **Inhalt des Kreises** so berechnet, wie der **Inhalt des Dreiecks** ABC, also: $\frac{a \cdot h}{2}$

Da die **Grundlinie des Dreiecks** ABC (= a) zusammengefaßt gleich dem **Umfang des Kreises** und die **Höhe des Dreiecks** (= h) gleich dem **Radius** ist, kann man für Grundlinie (a) **Umfang (U)** und für Höhe (h) **Radius (r)** einsetzen, also: $\frac{U \cdot r}{2}$

Da der **Umfang des Kreises** $d \cdot \pi$ berechnet wird (siehe Seite 80), kann man für Umfang (U) $d \cdot \pi$ einsetzen, also: $\frac{d \cdot \pi \cdot r}{2}$

Für **Durchmesser** (d) kann man **2 Radius** (2r) einsetzen, also: $\frac{2r \cdot \pi \cdot r}{2}$

Wir **kürzen** die 2 und **stellen um,** also: $r \cdot r \cdot \pi$ oder $\underline{\underline{r^2 \cdot \pi}}$

Angewandte Aufgaben

358. Der Halbmesser eines Kreises ist 1,35 m. Berechne den Inhalt!

359. Der Umfang eines Baumstammes mißt 1,8212 m. Berechne den Inhalt des Querschnitts!

360. Der Umfang einer kreisrunden Rasenfläche ist 72,22 m. Wie groß ist die Rasenfläche?

fernmeldelehrling.de

361. Der Durchmesser eines Kreises und die Länge eines inhaltsgleichen Rechtecks betragen beide 26 cm. Berechne die Breite des Rechtecks!

362. Der Halbmesser eines Kreises ist 12 cm, die Grundlinie eines inhaltsgleichen Dreiecks 36 cm lang. Berechne die Höhe des Dreiecks!

363. Der äußere Umfang einer Waschmaschine, deren Dauben (Seitenwandbretter) 2,2 cm dick sind, mißt 188,4 cm. Berechne die Bodenfläche!

364. Sechs Rundfenster mit einem Durchmesser von 1,25 m werden verglast. Wieviel m² Glas sind erforderlich, wenn für Verschnitt 15% gerechnet werden?

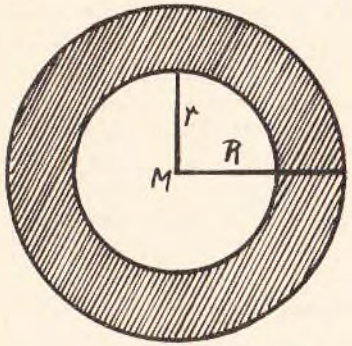
365. In einer kreisförmigen Grünfläche von 78,50 m Umfang werden 4 Blumenbeete mit einem Durchmesser von 2,60 m angelegt. Wieviel m² Rasen bleiben übrig?

366. Der Grundriß einer Kirche besteht aus einem Rechteck von 32,60 m Länge und 24,80 m Breite. Der angefügte Chor ist ein Halbkreis mit einem Durchmesser von 16,40 m. Wie groß ist die gesamte Bodenfläche?

367. Für einen runden Tisch, der einen Durchmesser von 1,16 m hat, soll eine Decke gefertigt werden, die überall 25 cm überhängt. a) Wieviel qm Stoff hat die Tischdecke? b) Die Decke bekommt am äußeren Rand noch eine Borte, die pro Meter 0,75 DM kostet. Was kostet die Borte?

3. Der Kreisring

Der **Kreisring** ist eine Fläche, die von zwei **konzentrischen Kreisen** (das sind Kreise mit **gemeinsamem Mittelpunkt**) mit **verschiedenen Halbmessern** begrenzt wird.



Den **großen Radius** bezeichnen wir mit **R.**

Den **kleinen Radius** bezeichnen wir mit **r.**

Die **große Kreisfläche** berechnen wir: $R^2 \cdot \pi$.

Die **kleine Kreisfläche** berechnen wir: $r^2 \cdot \pi$.

Wenn wir die kleine Kreisfläche von der großen Kreisfläche subtrahieren, erhalten wir den Kreisring.

Große Kreisfläche	$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$
— kleine Kreisfläche	oder einfacher
= Kreisring	$F = (R^2 - r^2) \cdot \pi$

Angewandte Aufgaben

368. Der große Radius eines Kreises ist 12 cm, der kleine ist 8 cm lang. Berechne den Inhalt des Kreisringes!

369. Eine kreisförmige Rasenfläche mit 32,50 m Durchmesser ist von einem 2,50 m breiten Weg umgeben, der zu beiden Seiten mit Draht abgegrenzt werden soll. Wieviel laufende Meter Draht werden benötigt?

370. Der Umfang des großen Kreises beträgt 219,8 cm, der Umfang des kleinen Kreises 175,84 cm. Wie groß ist der Kreisring?

371. In der Mitte eines runden Teiches von 471 m Umfang liegt eine runde Insel, die einen Durchmesser (∅) von 36,40 m hat. Berechne die Wasserfläche des Teiches!

372. Der äußere Umfang eines runden Turmes ist 26,69 m, der innere Durchmesser 7,24 m. Wieviel qm Grundfläche hat die Mauer?

373. Ein Teich mit einem Durchmesser von 24 m ist von einem 2 m breiten Weg umgeben, der zu beiden Seiten mit Randsteinen eingefaßt und mit Kies belegt werden soll. a) Wieviel Randsteine von 45 cm Länge werden benötigt? b) Wieviel Karren Kies sind erforderlich, wenn man auf 1 qm 1 Karre rechnet?

VI. Das Ausziehen der Quadratwurzel

Wenn wir aus dem **Inhalt eines Quadrates** die **Seite** oder aus dem **Inhalt eines Kreises** den **Halbmesser (Radius)** berechnen wollen, dann müssen wir die **Quadratwurzel** ziehen.

$9 \cdot 9$ oder 9^2 (lies: 9 hoch 2 oder 9 zum Quadrat) = **81**

Multipliziert man eine Zahl mit sich selbst, dann nennt man das Produkt (81) die **Quadratzahl.**

Die **Quadratwurzel** aus der Quadratzahl 81 ist **9,** denn $9 \cdot 9$ oder $9^2 = 81$

Die Quadratwurzel ziehen heißt, eine Zahl suchen, die, mit sich selbst multipliziert (zum Quadrat erhoben), die gegebene Quadratzahl ergibt.

Das **Wurzelzeichen** $\sqrt{}$ bedeutet r (Anfangsbuchstabe von radix = Wurzel).

Die Wurzel aus 36 stellt man dar: $\sqrt{36}$

Bilde folgende Quadratzahlen:

2^2, 8^2, 12^2, 20^2, 60^2, 100^2, 700^2, $1\,000^2$, $9\,000^2$!

Wir stellen dabei fest:

Das **Quadrat der 1stelligen Zahlen** ist **1- oder 2stellig.**
Das **Quadrat der 2stelligen Zahlen** ist **3- oder 4stellig.**
Das **Quadrat der 3stelligen Zahlen** ist **5- oder 6stellig.**

Ziehe folgende Quadratwurzeln:

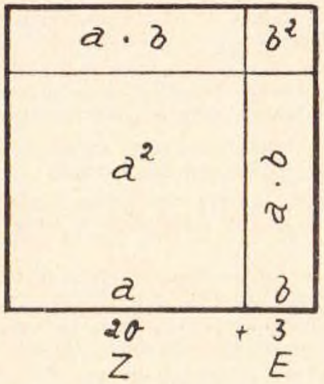
$\sqrt{36}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{169}$, $\sqrt{625}$, $\sqrt{4\,900}$, $\sqrt{8\,100}$, $\sqrt{10\,000}$, $\sqrt{250\,000}$!

Wir stellen fest:

Die **Quadratwurzel aus 1- oder 2stelligen Zahlen** ist **1stellig.**
Die **Quadratwurzel aus 3- oder 4stelligen Zahlen** ist **2stellig.**
Die **Quadratwurzel aus 5- oder 6stelligen Zahlen** ist **3stellig.**

fernmeldelehrling.de

Das Quadrat einer zweistelligen Zahl.



Die Bestandteile des Quadrates von 23 sind:

$$\begin{array}{r} 23 \cdot 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array} = \frac{20 \cdot 20}{400} + \frac{20 \cdot 3}{60} + \frac{3 \cdot 20}{60} + \frac{3 \cdot 3}{9} \qquad \begin{array}{r} 400 \\ 120 \\ 9 \\ \hline 529 \end{array}$$

(60 + 60 = 120)

$$(Z + E)^2 = Z^2 + 2 \cdot Z \cdot E + E^2$$

$$\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

Erklärung:
Das vorstehende Quadrat hat eine Seitenlänge von 23 cm, das sind **2 Zehner (Z)** und **3 Einer (E)**. Die **Zehner** bezeichnen wir mit **a**, die **Einer** mit **b**.

Die Bestandteile des Quadrates sind:

a) das **Zehnerquadrat** $(20 \cdot 20 = 400) = Z^2$ oder a^2,

b) das 2fache Produkt der Zehner und Einer als 2 **Rechtecke** $(20 \cdot 3 + 3 \cdot 20 = 120) = 2 \cdot Z \cdot E$ oder $2 \cdot a \cdot b$, kurz: **2ab**,

c) das **Einerquadrat** $(3 \cdot 3 = 9) = E^2$ oder b^2.

$(a + b)^2$ besteht also aus **$a^2 + 2ab + b^2$**.

Das Ausziehen der Quadratwurzel aus einer 3- oder 4stelligen Zahl

Zieht man aus einer 3- oder 4stelligen Zahl die Quadratwurzel, dann müssen sich die im Quadrat enthaltenen 3 Bestandteile: das Zehnerquadrat **(a^2)**, die 2 Rechtecke **(2ab)** und das Einerquadrat **(b^2)** abziehen lassen.

Beispiel:

$$\begin{array}{rrl} & \sqrt{5/29} & = 23 \quad (a\,b) \\ a^2 = & 4 & \quad 2a \\ \hline & 129 & : 40 \\ 2ab = & 120 & \\ \hline & 9 & \\ b^2 = & 9 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{r} 23 \cdot 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

Die Quadratwurzel aus 529 wird also wie folgt errechnet:

a) Wir setzen vor die Zahl 529 das **Wurzelzeichen:** $\sqrt{529}$.

b) Wir teilen die Zahl 529 von rechts nach links in **2stellige Gruppen** ein: $\sqrt{5/29}$. Die **Anzahl der Gruppen** gibt die **Stellenzahl des Ergebnisses** an.

c) **Wir rechnen:**

Die Wurzel aus 5 ist 2; denn $2 \cdot 2 = 4$. (Wir müßten eigentlich sagen: die Wurzel aus 529 ist 20; denn $20 \cdot 20 = 400$. Die 2 Nullen werden nicht niedergeschrieben.)

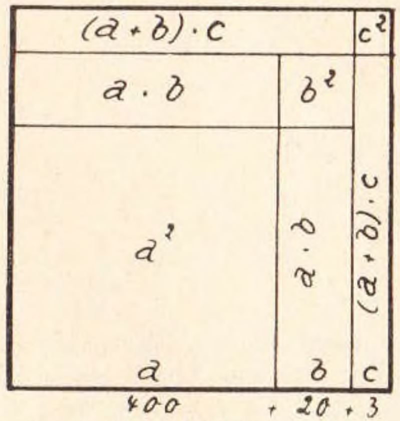
Die 2 (2 Z oder 20 E) setzen wir als **a** in das Ergebnis ein und **ziehen** die 4 (400) als **a^2** von 5 (529) **ab**; es bleibt ein Rest von 1 (100). Wir holen die 29 herunter; der Rest ist nun 129.

Diesen Rest 129 **teilen** wir **durch 2a** (a = 20, 2a = 40), dann erhalten wir die nächste Stelle des Ergebnisses = **b** (3).

Nun **vervielfachen** wir **b mit 2a** $(3 \cdot 40)$, dann erhalten wir 2ab (120). Wir **ziehen 2ab** (120) von 129 **ab**; es bleibt ein Rest von 9.

Von diesem Rest 9 **ziehen** wir **b^2** $(3 \cdot 3 = 9)$ **ab**; es bleibt 0 übrig. Die Quadratwurzel aus 529 ist also 23; denn $23 \cdot 23 = 529$.

Das Quadrat einer dreistelligen Zahl



Die Bestandteile des Quadrates von 423 sind:

$$\begin{array}{r} 423 \cdot 423 \\ \hline 1269 \\ 846 \\ 1692 \\ \hline 178929 \end{array} = \frac{400 \cdot 400}{160000} + \frac{400 \cdot 20}{8000} + \frac{20 \cdot 400}{8000} + \frac{20 \cdot 20}{400} + \frac{420 \cdot 3}{1260} + \frac{3 \cdot 420}{1260} + \frac{3 \cdot 3}{9} = \begin{array}{r} 160000 \\ 16000 \\ 400 \\ 2520 \\ 9 \\ \hline 178929 \end{array}$$

(8000 + 8000 = 16000; 1260 + 1260 = 2520)

$$\boxed{(a + b + c)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2\,(a+b) \cdot c + c^2}$$

fernmeldelehrling.de

Erklärung:

Das vorstehende Quadrat hat eine Seitenlänge von 423 cm, das sind **4 Hunderter, 2 Zehner** und **3 Einer.** Die **Hunderter** bezeichnen wir mit **a,** die **Zehner** mit **b,** die **Einer** mit **c.**

Die Bestandteile des Quadrates sind:

a) das **Hunderterquadrat** (400 · 400 = 160 000) = a^2,

b) das 2fache Produkt der Hunderter und Zehner als **2 Rechtecke** (400 · 20 + 20 · 400 = 16 000) = **2ab,**

c) das **Zehnerquadrat** (20 · 20 = 400) = b^2,

d) das 2fache Produkt der Hunderter plus Zehner (a + b) und Einer (c) als weitere **2 Rechtecke** (420 · 3 + 3 · 420 = 2 520) = $2\,(a + b) \cdot c$,

e) das **Einerquadrat** (3 · 3 = 9) = c^2.

$(a + b + c)^2$ besteht also aus $a^2 + 2ab + b^2 + 2\,(a + b) \cdot c + c^2$.

Das Ausziehen der Quadratwurzel aus einer 5- oder 6stelligen Zahl

Zieht man aus einer 5- oder 6stelligen Zahl die Quadratwurzel, dann müssen sich die im Quadrat enthaltenen 5 Bestandteile: das Hunderterquadrat **(a^2),** die 2 großen Rechtecke **(2ab),** das Zehnerquadrat **(b^2),** die 2 kleinen Rechtecke **($2\,(a+b) \cdot c$)** und das Einerquadrat **(c^2)** abziehen lassen.

Beispiel:

```
                            a b c
               √17/89/29 = 4 2 3          Probe:  423 · 423
        a² =    16      2a                        ─────────
               ────                                    1269
                1 89 : 80                              846
      2ab =     1 60                                  1692
               ────                                   ──────
                  29                                  178929
        b² =       4    2(a+b)                        ══════
               ────
                  25 29 : 840
2 (a + b) · c =   25 20
                  ─────
                       9
             c² =      9
                      ──
                       0
```

Die Quadratwurzel aus 178 929 wird also wie folgt errechnet:

a) Wir setzen vor die Zahl 178 929 das **Wurzelzeichen:** $\sqrt{178929}$.

b) Wir teilen die Zahl 178929 von rechts nach links in **2stellige Gruppen** ein: √17/89/29. Die **Anzahl der Gruppen** gibt die **Stellenzahl des Ergebnisses** an.

c) **Wir rechnen:**

Die Wurzel aus 17 ist 4; denn 4 · 4 = 16. (Wir müßten eigentlich sagen: Die Wurzel aus 178 929 ist 400; denn 400 · 400 = 160 000. Die Nullen werden hier und in der Folge nicht niedergeschrieben, so daß die Kurzform des Quadratwurzelziehens lautet: die Wurzel aus 17 ist 4; denn 4 · 4 = 16.)

Die 4 setzen wir als **a** in das Ergebnis ein und **ziehen** 16 als a^2 von 17 **ab;** es bleibt ein Rest von 1.

Wir holen die 89 herunter; der Rest ist nun 189.

Diesen Rest 189 **teilen** wir **durch 2a,** dann erhalten wir die nächste Stelle des Ergebnisses = **b.**

Nun **vervielfachen** wir **b mit 2a** (2 · 80) und erhalten 2ab (160).

Wir **ziehen 2ab** (160) von 189 **ab;** es bleibt ein Rest von 29.

Von diesem Rest 29 **ziehen** wir b^2 (4) **ab;** es bleibt ein Rest von 25.

Wir holen die 29 herunter; der Rest ist nun 2 529.

Diesen Rest 2 529 **teilen** wir **durch 2(a+b),** dann erhalten wir die nächste Stelle des Ergebnisses = **c.**

Nun **vervielfachen** wir **c mit 2(a+b)** = 3 · 840, dann erhalten wir $2(a+b) \cdot c$ = 2 520.

Wir **ziehen $2(a+b) \cdot c$** = 2 520 von 2 529 **ab;** es bleibt ein Rest von 9.

Von diesem Rest 9 **ziehen** wir c^2 (9) **ab;** es bleibt 0 übrig.

Die Quadratwurzel aus 178 929 ist also 423; denn 423 · 423 = 178 929.

Praktische Ubungen:

Der Rechenvorgang beim Quadratwurzelziehen wurde bereits auf den Seiten 84—86 erläutert. **Das praktische Rechnen** geschieht nun nach folgendem Verfahren:

1. Wir ziehen die Wurzel aus drei- und vierstelligen Zahlen

```
√53/29 = 73
 49      ══
────
  429 : 140
  420
────
    9
    9
   ──
    0
```

Rechne:

Die Wurzel aus 53 ist 7; denn 7 · 7 = 49; Rest 4.

429 : 140 (140 = 2 · 7 mit angehängter 0) = 3.

429 — 420 (420 = 3 · 140) = 9.

9 — 9 (9 = 3 · 3) = 0.

Probe:

73 · 73 = 5 329

Ubungsaufgabe 374

Ziehe die Wurzel aus folgenden Zahlen:

484, 676, 729, 841, 1 024, 1 444, 3 136, 6 889, 8 836, 9 409!

2. Wir ziehen die Wurzel aus vielstelligen Zahlen

```
√7/52/95/36 = 2744
 4            ════
───
  352 : 40
  280
───
   72
   49
───
  2395 : 540
  2160
───
   235
    16
───
  21936 : 5480
  21920
───
     16
     16
    ──
      0
```

Rechne:

Die Wurzel aus 7 ist 2; denn 2 · 2 = 4; Rest 3.
352 : 40 (40 = 2 · 2 mit angehängter 0) = 7.
352 — 280 (280 = 7 · 40) = 72.
72 — 49 (49 = 7 · 7) = 23.
2 395 : 540 (540 = 2 · 27 mit angehängter 0) = 4.
2 395 — 2 160 (2 160 = 4 · 540) = 235.
235 — 16 (16 = 4 · 4) = 219.
21 936 : 5 480 (5 480 = 2 · 274 mit angehängter 0) = 4.
21 936 — 21 920 (21 920 = 4 · 5 480) = 16.
16 — 16 (16 = 4 · 4) = 0.

Probe:

```
2744 · 2744
───────────
     10976
    10976
   19208
   5488
───────────
   7529536
═══════════
```

fernmeldelehrling.de

Übungsaufgabe 375

Ziehe die Wurzel aus folgenden Zahlen:

a) 32 041, 152 881, 207 936, 695 556, 956 484!

b) 4 032 064, 7 529 536, 7 907 344, 10 278 436, 36 216 324!

c) 57 274 624, 65 448 100, 780 811 249, 150 229 108 836!

3. Wir ziehen die Wurzel aus Dezimalzahlen

Beispiele:

$\sqrt{41/47,36} = 64,4$

36

547 : 120

480

67

16

5136 : 1280

5120

16

16

0

Probe: $64,4 \cdot 64,4$

2576

2576

3864

4147,36

$\sqrt{0,42/64/09} = 0,653$

36

664 : 120

600

64

25

3909 : 1300

3900

9

9

0

Probe: $0,653 \cdot 0,653$

1959

3265

3918

0,426409

Dezimalzahlen teilen wir **vom Komma aus nach rechts und links in zweistellige Gruppen** ein und ziehen die Wurzel wie bei ganzen Zahlen.

Übungsaufgabe 376

Ziehe die Wurzel aus folgenden Zahlen:

a) 3 696,64; 81,7216; 457,96; 76,5625; 9 733,7956!

b) 0,205 209; 0,837 225; 0,015 129; 0.002 079 360!

4. Wir ziehen die Wurzel (die Rechnung geht nicht auf)

$\sqrt{12} =$

$\sqrt{12,00/00/00} = 3,464$

9

300 : 60

240

60

16

4400 : 680

4080

320

36

28400 : 6920

27680

720

16

704

Probe:

$3,464 \cdot 3,464$

13856

20784

13856

10392

11,999296

704

12,000000

$\sqrt{3,14} =$

$\sqrt{3,14/00/00/00} = 1,772$

1

214 : 20

140

74

49

2500 : 340

2380

120

49

7100 : 3540

7080

20

4

16

Probe:

$1,772 \cdot 1,772$

3544

12404

12404

1772

3,139984

16

3,140000

Der Rechenvorgang ist der gleiche wie bei Aufgaben, die aufgehen. Bei der Probe addieren wir den **Rest zum Produkt**, so erhalten wir die **Quadratzahl**.

Übungsaufgabe 377

Ziehe die Wurzel aus folgenden Zahlen:

(rechne auf 3 und kürze auf 2 Stellen!)

a) 5, 8, 23, 39, 89, 136, 3 456, 4 538, 6 475!

b) 8,2536; 726,18; 0,0024; 4,006; 0,2080!

5. Wir ziehen die Wurzel aus gewöhnlichen Brüchen

$2\frac{1}{2} = 2,5$

$\sqrt{2,50/00/00} = 1,581$

1

150 : 20

100

50

25

2500 : 300

2400

100

64

3600 : 3160

3160

440

1

439

Probe: $1,581 \cdot 1,581$

1581

12648

7905

1581

2,499561

439

2,500000

Wir verwandeln **die gewöhnlichen Brüche in Dezimalbrüche** und ziehen dann die Quadratwurzeln.

Übungsaufgabe 378

Ziehe die Wurzel aus folgenden Brüchen:

(rechne auf 3 und kürze auf 2 Stellen!)

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $3\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$, $4\frac{2}{5}$, $3\frac{1}{3}$, $5\frac{5}{8}$, $23\frac{3}{10}$!

Angewandte Aufgaben

379. Ein quadratförmiger Garten ist 841 qm groß. Berechne die Länge der Seite!

380. Eine quadratförmige Wiese, die 11,56 a groß ist, soll mit einem Zaun umgeben werden. Wieviel m Zaun müssen gesetzt werden?

381. Ein rechteckiger Garten von 36 m Länge und 20,25 m Breite wird gegen einen gleich großen quadratischen Garten ausgetauscht. Wie lang ist dessen Seite?

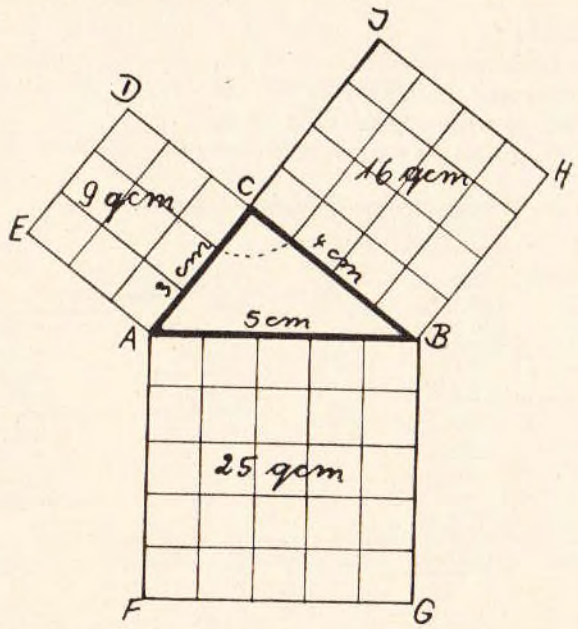
382. Der Inhalt eines Kreises beträgt 113,04 qcm. Wie groß ist der Radius? ($\pi = 3,14$)

383. Der Inhalt eines Kreises beträgt 616 qcm. Wie groß ist der Durchmesser? ($\pi = 3\frac{1}{7}$)

384. Der Flächeninhalt eines runden Teiches ist 1 017,36 qm. Wie groß ist der Umfang? ($\pi = 3,14$)

fernmeldelehrling.de

VII. Der pythagoreische Lehrsatz



Im rechtwinkligen Dreieck ABC sind die beiden den rechten Winkel einschließenden Seiten (die **Lotseiten** oder **Katheten**) 4 cm und 3 cm lang; die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite (die **Spannseite** oder **Hypotenuse**) ist 5 cm lang. Die über den 3 Seiten errichteten Quadrate sind 9 qcm, 16 qcm und 25 qcm groß. Die Summe der beiden **Kathetenquadrate** (16 qcm + 9 qcm) ist gleich dem **Hypotenusenquadrat** (25 qcm). Dieser **Lehrsatz:**

> **Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der beiden Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat**

wird dem griechischen Philosophen **Pythagoras,** der um 500 v. Chr. lebte, zugeschrieben.

Erklärung (siehe Zeichnungen auf Seite 91):

In der ersten Zeichnung haben wir über dem **Dreieck** ein **großes Kathetenquadrat,** ein **kleines Kathetenquadrat** und das **Hypotenusenquadrat** errichtet.

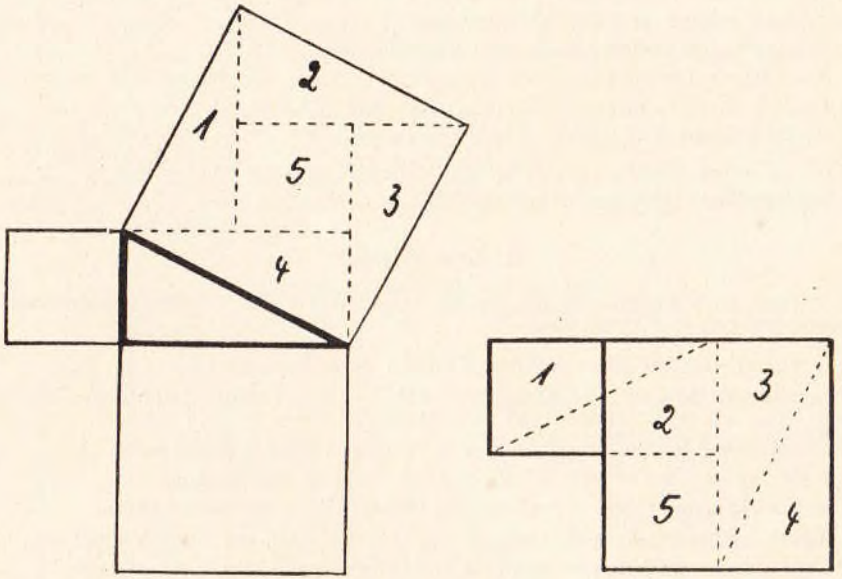
Das **Hypotenusenquadrat** zerlegen wir in **4 Dreiecke** und **1 Quadrat.**

In der zweiten Zeichnung haben wir das kleine **Kathetenquadrat nach unten** geklappt.

Wir legen die 5 Teile des Hypotenusenquadrates auf die beiden nebeneinandergelegten Kathetenquadrate: **die Flächen decken sich.**

Das **Hypotenusenquadrat** ist also **gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.**

Zur Veranschaulichung:



Angewandte Aufgaben

385. Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 35 cm und 12 cm. Berechne die Hypotenuse!
386. In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt die Hypotenuse 17 cm und eine Kathete 8 cm. Berechne die andere Kathete!
387. Der Umfang eines quadratischen Zimmers ist 36,40 m. Wie lang ist die Diagonale?
388. Die Diagonale eines quadratischen Posthofes ist 64 m lang. a) Wie lang ist eine Seite? b) Wie groß ist der Flächeninhalt?
389. Ein rechteckiger Garten ist 28 m lang. Der Inhalt beträgt 420 qm. Wie lang ist die Diagonale?
390. Eine Leiter ist schräg an eine Wand gelehnt. Der Abstand vom Fußende der Leiter bis zur Wand beträgt 1,80 m, der Abstand von der Erde bis zur Leiterspitze beträgt 7,20 m. Berechne die Länge der Leiter!
391. Die Vorderseite eines Dienstgebäudes hat eine Länge von 18,75 m; die Höhe bis zur Dachrinne beträgt 14,50 m. Die Giebelseite hat eine Länge von 12 m; die Höhe bis zum Dachfirst beträgt 17,70 m. Wieviel qm Flächeninhalt hat a) die Vorderseite, b) die Giebelseite, c) eine Dachfläche?

fernmeldelehrling.de

B. Körperberechnung

I. Allgemeines

Von ebenen oder gekrümmten Flächen begrenzte Teile des Raumes nennt man **Körper.** Diese haben drei Ausdehnungen: **Länge, Breite** und **Höhe.**

Es gibt folgende **Arten der Körper:**

Würfel, Prisma, Pyramide, Walze, Kegel und **Kugel.**

Die Körper werden von **Flächen** umgeben.

Man unterscheidet **Grund-, Kopf-** und **Seitenflächen.**

Die Gesamtheit der Flächen eines Körpers nennt man **Oberfläche.**

Die Summe der Seitenflächen nennt man **Mantel.**

Flächen, die aneinanderstoßen, bilden eine **Kante.**

Punkte, in denen mehrere Kanten zusammenstoßen, nennt man **Ecken.**

Die Raumgröße der Körper nennt man **Inhalt.**

II. Der Würfel

Der **Würfel,** auch **Kubus** genannt, ist ein Körper mit **6** gleich großen **quadratischen Flächen, 8 Ecken** und **12 Kanten.**

Beim Würfel und bei allen übrigen Körpern berechnen wir:

a) den **Mantel (M),** b) die **Oberfläche (O),** c) den **Inhalt** (Rauminhalt, Kubikinhalt), den wir mit **Volumen (V)** bezeichnen.

Das **Einheitsmaß** für die Berechnung des Volumens ist das **Kubikmeter.**

Ein **Kubikmeter (cbm = m³)** ist ein Würfel mit **1 m Kantenlänge.**

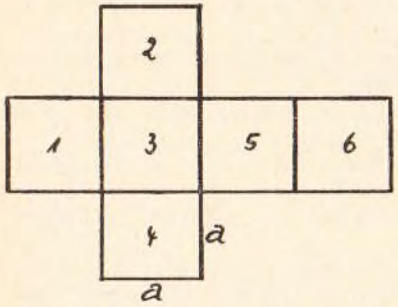
Ein **Kubikdezimeter (cdm = dm³)** ist ein Würfel mit **1 dm Kantenlänge.**

Ein **Kubikzentimeter (ccm = cm³)** ist ein Würfel mit **1 cm Kantenlänge.**

Ein **Kubikmillimeter (cmm = mm³)** ist ein Würfel mit **1 mm Kantenlänge.**

Wir bezeichnen die **Kantenlänge** mit **a.**

a) Berechnung des Mantels und der Oberfläche



Mantel = Seitenfläche × 4

$$M = 4 \cdot (a \cdot a) = 4a^2$$
$$O = 6 \cdot (a \cdot a) = 6a^2$$

Oberfläche = Grundfläche × 6

Erklärung:

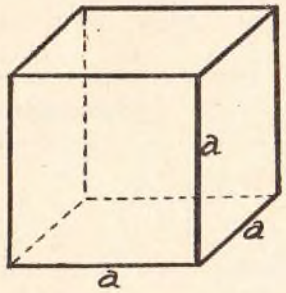
Da der **Mantel** des Würfels aus 4 gleich großen quadratischen Flächen besteht, berechnen wir eine **Seitenfläche** und **vervielfachen** das Ergebnis **mit 4;** also: **M = 4 · (a · a) = 4a²**

Da die **Oberfläche** des Würfels aus 6 gleich großen quadratischen Flächen besteht, berechnen wir die **Grundfläche** und **vervielfachen** das Ergebnis **mit 6;** also: **O = 6 · (a · a) = 6a²**

Angewandte Aufgaben

392. Die Kantenlänge eines Würfels ist 6,8 cm. Berechne a) den Mantel, b) die Oberfläche!
393. Die Oberfläche eines Würfels beträgt 9126 qcm. Wie lang ist die Kante?
394. Wieviel qm Weißblech benötigt man zu einem würfelförmigen Kasten von 92 cm Kantenlänge?
395. Ein würfelförmiger Marmorblock von 85 cm Kantenlänge soll an 5 Seiten geschliffen und poliert werden. Wieviel ist dafür zu zahlen, wenn 1 qm 12,50 DM kostet?
396. Ein würfelförmiger Kasten, Kantenlänge im Lichten 1,50 m, soll mit Blech ausgeschlagen werden. Wie hoch belaufen sich die Kosten, wenn das qm mit 7,50 DM berechnet wird?

b) Berechnung des Inhalts



Volumen = Länge × Breite × Höhe

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$
oder $G \cdot h$

G = Grundfläche

Erklärung:

Wenn die Kantenlänge eines Würfels 10 cm beträgt, berechnen wir die **Grundfläche (G):** a · a oder 10 cm · 10 cm = 100 qcm.

Auf die Grundfläche können wir 100 ccm setzen; die entstandene Schicht ist 1 cm hoch.

Da die Höhe des Würfels 10 cm beträgt, können wir 10 solcher Schichten aufeinandersetzen, also: 100 ccm · 10 = 1 000 ccm.

Wir berechnen also den **Inhalt** (das **Volumen**) des Würfels:

Kante × Kante × Kante = a · a · a = a³ oder **Grundfläche × Höhe = G · h.**

Angewandte Aufgaben

397. Wie groß ist der Inhalt eines Würfels, dessen Kantenlänge 24 cm (12,5 cm; 0,09 cm) beträgt?
398. Berechne das Volumen eines Würfels von 2,45 m Kantenlänge!
399. Die Kante eines würfelförmigen Kastens ist 2,65 m lang. Wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Rauminhalt?
400. Wieviel Würfel von 4 cm Kantenlänge lassen sich aus einem kubischen Holzblock von 32 cm Kantenlänge schneiden?

fernmeldelehrling.de

401. Zu beiden Seiten einer Straße sollen je 24 Bäume angepflanzt werden. Die würfelförmigen Pflanzlöcher sind 75 cm lang, breit und tief. Wieviel m³ Erde müssen ausgehoben werden?

402. Die Oberfläche eines Würfels ist 4 374 cm² groß. Wie groß ist der Kubikinhalt?

c) Körpermaße

Unsere Körpermaße: cbm, cdm, ccm, cmm.

1 m³ = 1 000 dm³ = 1 000 000 cm³ = 1 000 000 000 mm³

1 dm³ = 1 000 cm³ = 1 000 000 mm³

1 cm³ = 1 000 mm³

Die Verwandlungszahl ist 1 000!

d) Zusammenhang zwischen Körpermaßen, Hohlmaßen und Gewichten

Die **Einheit der Körper- und Hohlmaße** ist das **Kubikmeter.**

Wir schütten in einen würfelförmigen Blechkasten von 1 dm Kantenlänge Wasser und messen die Wassermenge; **1 cdm** faßt **1 l.**

Wir wiegen die Wassermenge (1 l) bei + 4° Celsius; sie wiegt **1 kg.**

Unsere Körper- und Hohlmaße stehen also in einem engen Verhältnis zu unseren Gewichtsmaßen: **1 cdm = 1 l = 1 kg.**

Körpermaße	Hohlmaße		Gewichtsmaße
1 ccm		Wasser bei +4° Celsius	1 g
1 cdm	1 l	Wasser bei +4° Celsius	1 kg
1 cbm	1 000 l = 10 hl	Wasser bei +4° Celsius	1 t = 1 000 kg
	1 hl	Wasser bei +4° Celsius	1 dz = 100 kg

Übungsaufgabe 403

a) Verwandle in ccm: 5; 0,6; 3,4; 4/5; 3½ l!

b) Verwandle in l: 24 500; 8 750; 840; 200; 76 ccm!

c) Verwandle in cbm: 75; 125; 230; 9; 15¾ hl!

d) Verwandle in cbm: 2 500; 6 470; 780; 56; 8 l!

e) Verwandle in hl: 8; 3,875; 0,825; ¾; 3½ cbm!

f) Verwandle in kg: 30; 75; 600; 3 740; 0,75 l Wasser!

g) Verwandle in g: 5; 375; 2,8; ¾; 4⅘ l Wasser!

h) Verwandle in kg: 9; 3,75; 0,6; ¾; 4/5 hl Wasser!

i) Verwandle in kg: 5; 850; 925; 2,3; ½ cbm Wasser!

k) Verwandle in cbm: 8; 6,5; 0,7; ¾; 3½ t Wasser!

Angewandte Aufgaben

404. Wieviel Liter Wasser faßt ein Kanister von 20 000 ccm Inhalt?

405. Ein Wasserhahn tropft. In der Minute zählen wir 25 Tropfen. Wieviel Liter Wasser tropfen in 1 Monat (30 Tage) weg, wenn man auf 1 ccm 20 Tropfen rechnet?

406. Ein würfelförmiges Gefäß mit einer inneren Kantenlänge von 45 cm wird mit Wasser gefüllt. Wieviel Liter faßt das Gefäß?

407. Ein würfelförmiges Gefäß mit einer inneren Kantenlänge von 72 cm wird mit Wasser gefüllt. Wieviel kg wiegt das Wasser?

408. Ein leeres Faß wiegt 8,250 kg, mit Wasser gefüllt wiegt es 63,500 kg. Wieviel Liter Wasser enthält das Faß?

e) Spezifische Gewichte

Das **Gewicht je Raumeinheit (mm³, cm³, dm³, m³)** eines Körpers nennt man **das spezifische Gewicht;** es wird auch **Artgewicht** und neuerdings kurz **Wichte** genannt.

Beispiel:

Das spezifische Gewicht von **Sandstein** ist 2,5;

denn **1 mm³** Sandstein wiegt **2,5 mg,**
1 cm³ Sandstein wiegt **2,5 g,**
1 dm³ Sandstein wiegt **2,5 kg,**
1 m³ Sandstein wiegt **2,5 t.**

Man berechnet das **Gewicht eines Körpers,** indem man den **Rauminhalt** (das **Volumen)** mit dem **spezifischen Gewicht** multipliziert.

Beispiel:

32,5 cm³ **Sandstein** wiegen **32,5 cm³ · 2,5 = 81,25 g**
6,4 dm³ **Marmor** wiegen **6,4 dm³ · 2,7 = 17,280 kg**

Volumen · spezifisches Gewicht = Körpergewicht

$$\frac{\text{Körpergewicht}}{\text{Artgewicht}} = \text{Volumen} \qquad \frac{\text{Körpergewicht}}{\text{Volumen}} = \text{Artgewicht}$$

Tabelle wichtiger Artgewichte

Platin	21,5	Granit	2,8	Meerwasser	1,03
Gold	19,3	Marmor	2,7	Wasser	1,00
Quecksilber	13,5	Glas	2,6	Wein	0,99
Blei	11,4	Sandstein	2,5	Eis	0,92
Silber	10,5	Ziegelstein	1,5	Alkohol	0,80
Kupfer	8,9	Ebenholz	1,2	Petroleum	0,78
Nickel	8,9	Eichenholz	0,7	Benzin	0,71
Eisen	7,5	Buchenholz	0,7	Luft	0,00129
Zinn	7,3	Tannenholz	0,5	Leuchtgas	0,00082
Aluminium	2,7	Kork	0,2	Helium	0,00018

fernmeldelehrling.de

Angewandte Aufgaben

409. Wieviel wiegt 1 l Wasser, Quecksilber, Wein, Benzin?

410. Wieviel wiegt 1 hl Wein, Meerwasser, Petroleum, Alkohol?

411. Wieviel wiegt 1 cbm Eichen-, Buchen-, Tannenholz?

412. Wieviel wiegt ein 8 cm hoher Würfel aus Marmor (aus Eisen)?

413. Wieviel wiegt ein Bleiwürfel von 25 cm Seitenlänge?

414. Ein würfelförmiger Granitblock hat eine Kantenlänge von 48 cm. Wie schwer ist er?

415. Wie schwer ist die Luft in einem würfelförmigen Zimmer von 4,50 Seitenlänge?

416. Wieviel Marmorwürfel von 50 cm Seitenlänge kann man auf einen Doppelwagen (20 t) laden?

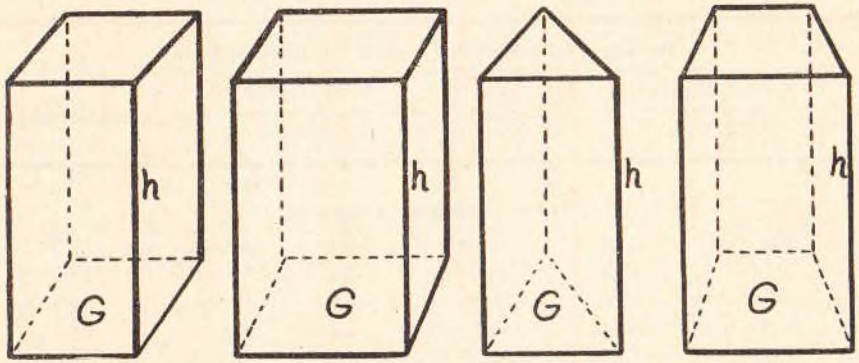
417. Ein Stück Eisen wiegt 84,750 g. Wie groß ist der Kubikinhalt?

418. Die Kantenlänge eines Bleiwürfels, der 19,6992 kg wiegt, beträgt 12 cm. Berechne das spezifische Gewicht von Blei!

III. Das Prisma

Das **Prisma**, auch **Säule** oder **Quader** genannt, ist ein Körper, der von **zwei deckungsgleichen (kongruenten) Grundflächen** (Drei-, Vier- oder Vielecken) und **rechteckigen Seitenflächen** begrenzt wird. Die **Anzahl der Seitenflächen** richtet sich nach **der Seitenzahl der Grundflächen.**

Arten der Prismen

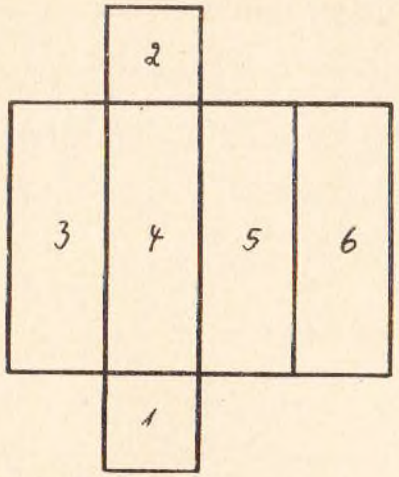


Die Gestalt eines Prismas wird durch die **Grundfläche (G)** bestimmt.

Die Grundfläche kann ein **Quadrat**, ein **Rechteck**, ein **Dreieck**, ein **Trapez** oder jedes **Vieleck** sein; infolgedessen unterscheidet man **drei-**, **vier-** und **vielseitige Prismen.**

Der senkrechte Abstand zwischen Grund- und Kopffläche ist die **Höhe.**

a) Berechnung des Mantels und der Oberfläche



M (Mantel)

= Summe aller Seitenflächen

$$M = U \cdot h$$

O (Oberfläche)

= Summe aller Flächen

$$O = M + 2G$$

Erklärung:

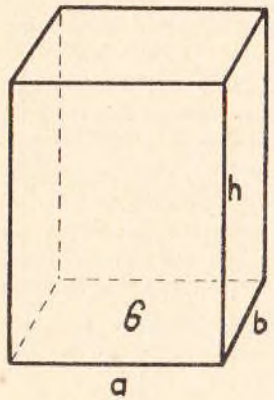
Die Zeichnung stellt die **Oberfläche** (das **Netz**) einer **quadratischen Säule** dar. Die **Oberfläche** besteht aus **2 Grundflächen** (2 Quadraten) und **4 Seitenflächen** (4 Rechtecken). Die **4 Seitenflächen allein** bilden den **Mantel.**

Die 4 Flächen des Mantels (3, 4, 5 und 6) bilden insgesamt ein **Rechteck,** dessen Grundlinie gleich dem **Umfang** der Grundfläche und dessen Höhe gleich der **Höhe** des Prismas ist. Man berechnet also den **Mantel** des Prismas: **U · h.**

Zählen wir zum Mantel die beiden Grundflächen (1 und 2) hinzu, dann erhalten wir die **Oberfläche** des Prismas: **M + 2G.**

Bei der Rechtecksäule sind die Grundflächen Rechtecke, bei der Dreiecksäule Dreiecke usw. Die Berechnung der Oberfläche ist bei allen Prismen die gleiche: **O = M + 2G.**

b) Berechnung des Inhalts



Volumen = Länge × Breite × Höhe

$$V = a \cdot b \cdot h$$

oder $G \cdot h$

fernmeldelehrling.de

Erklärung:

Wenn die Länge des Prismas 6 cm und die Breite 4 cm beträgt, berechnen wir die **Grundfläche (G):** 6 cm · 4 cm = 24 qcm.

Auf die Grundfläche können wir 24 ccm setzen; die entstandene Schicht ist 1 cm hoch.

Wenn die Höhe des Prismas 8 cm beträgt, können wir 8 solcher Schichten aufeinandersetzen, also: 24 ccm · 8 = 192 ccm.

Wir berechnen also den **Inhalt** (das **Volumen**) des Prismas:

Länge × Breite × Höhe oder **Grundfläche × Höhe = G · h.**

Umkehrungen:

Wenn $G \cdot h = V$ ist, dann ist $\frac{V}{h} = G$ und $\frac{V}{G} = h$.

Angewandte Aufgaben

419. Eine Sandsteinsäule hat die Form eines Prismas. Die Grundfläche ist ein Rechteck, die Kantenlängen betragen 43 cm, 32 cm und 75 cm. Berechne a) den Mantel, b) die Oberfläche, c) den Inhalt, d) das Gewicht!

420. Ein Dienstraum ist 28,6 m lang, 15,20 m breit und 7,50 m hoch. Berechne a) die Summe der 6 Innenflächen, b) den Rauminhalt des Saales!

421. Für das Fundament eines Neubaues von $15\frac{3}{4}$ m Länge und $10\frac{1}{2}$ m Breite muß die Erde $2\frac{1}{2}$ m tief ausgeschachtet werden. Wieviel cbm Erde sind wegzuschaffen?

422. Ein Haus ist 14,20 m lang und 9,60 m breit. Die Höhe bis zum Dach beträgt 12,80 m, bis zum First 15,30 m. Berechne den Rauminhalt des Hauses!

423. Eine 6,50 m breite Straße wird in 5 km Länge 12 cm hoch mit Kies bestreut. Wieviel Fuhren zu 4 m^3 werden benötigt?

424. Normalgröße eines Ziegelsteines: Länge 25 cm, Breite 12 cm, Dicke $6\frac{1}{2}$ cm. Berechne a) die Oberfläche, b) den Inhalt, c) das Gewicht eines Steines! d) Wieviel Ziegelsteine gehen auf 1 m^3?

425. Ein Fernmeldebauamt läßt einen Kabelgraben auswerfen, der 860 m lang und 75 cm tief ist. Oben ist er 1,25 m und unten 0,65 m breit. Wieviel kostet das Auswerfen der Erde, wenn das cbm mit 3,50 DM berechnet wird?

426. Eine Scheune hat eine Länge von 15 m und eine Breite von 8,50 m; bis zum Dach beträgt die Höhe 6,30 m, bis zum First 10,50 m. Bestimme den Rauminhalt!

427. Eine Futterkiste soll bei einer Länge von 1,25 m und einer Höhe von 0,72 m einen Rauminhalt von 0,585 cbm haben. Berechne die Breite der Kiste!

428. Ein Grabstein aus Granit, der die Form eines rechteckigen Prismas hat, wiegt 614,250 kg. Die Länge der Grundfläche ist 0,65 m, die Breite 0,45 m. Berechne die Höhe des Grabsteins!

IV. Die Walze

Die **Walze,** auch **Rundsäule** genannt, ist ein Körper, der von **zwei deckungsgleichen (kongruenten) Kreisflächen** und von einer **gekrümmten Seitenfläche** begrenzt wird.

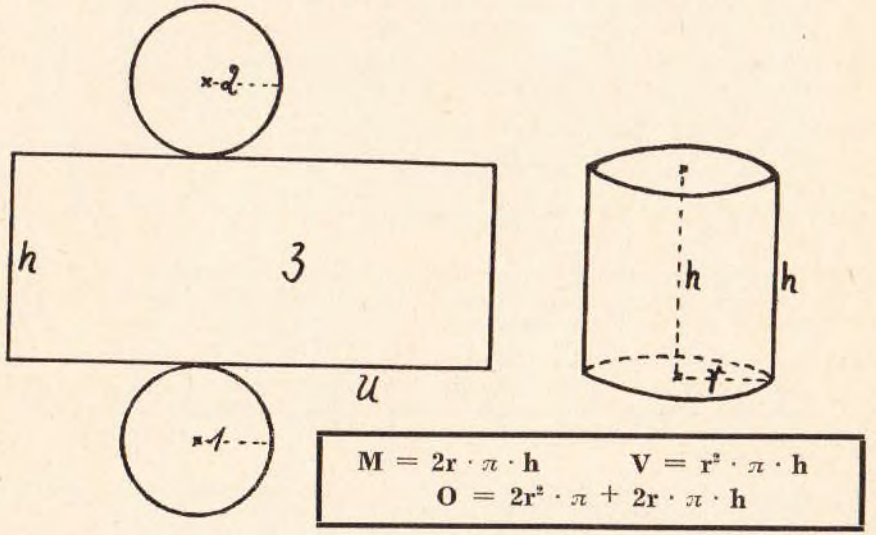
Die Gestalt der Walze wird durch die **Grundfläche (G)** bestimmt.

Die **Grundfläche** ist immer eine **Kreisfläche.**

Der senkrechte Abstand zwischen Grund- und Kopffläche ist die **Höhe** oder **Achse.**

Eine Rundsäule, die innen hohl ist, nennt man **Hohlsäule** oder **Zylinder.** Die **Grundfläche** der Hohlsäule ist ein **Kreisring.**

Berechnung von Mantel, Oberfläche und Inhalt



$$M = 2r \cdot \pi \cdot h \qquad V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$
$$O = 2r^2 \cdot \pi + 2r \cdot \pi \cdot h$$

Erklärung:

Die Zeichnung links stellt die **Oberfläche** (das **Netz**) der **Walze** dar.

Die **Oberfläche** besteht aus 2 **Grundflächen** (Kreisflächen) und einer **Seitenfläche** (Rechteck). Die **Seitenfläche allein** bildet den **Mantel.**

a) Die Berechnung des Mantels

Der Mantel ist ein **Rechteck,** dessen Grundlinie gleich dem **Umfang der Grundfläche** und dessen Höhe gleich der **Höhe der Walze ist.**
Man berechnet also den **Mantel** der Walze: $2r \cdot \pi \cdot h$.

b) Die Berechnung der Oberfläche

Zählen wir zum Mantel die beiden Grundflächen, so haben wir die **Oberfläche** der Walze: $2r^2 \cdot \pi + 2r \cdot \pi \cdot h$.

c) Die Berechnung des Inhalts

Der **Inhalt der Walze** wird genau so berechnet wie der Inhalt des Prismas, also: **Grundfläche mal Höhe = G · h.**

fernmeldelehrling.de

Da die **Grundfläche** eine **Kreisfläche** ist, heißt die Formel. $r^2 \cdot \pi \cdot h$.

Der **Inhalt der Hohlsäule (Zylinder)** wird, da die **Grundfläche** ein **Kreisring** ist, berechnet:

Vollzylinder — Hohlraum = Zylinderring; also: $R^2 \cdot \pi \cdot h - r^2 \cdot \pi \cdot h$.

Angewandte Aufgaben

429. Eine Walze (Rundsäule) hat einen Durchmesser von 14 cm und eine Höhe von 42 cm. Berechne a) den Mantel, b) die Oberfläche, c) den Inhalt!

430. Die 8 runden Säulen einer Kirche sollen gestrichen werden. Die Säulen sind 4,35 m hoch und haben einen Durchmesser von 76 cm. 1 qm Olanstrich kostet 2,35 DM. Wieviel kostet der Olanstrich?

431. Wieviel kostet ein 4,80 m langer walzenförmiger Baumstamm mit einem Umfang von 1,32 m, wenn für 1 cbm 230 DM gezahlt werden?

432. Ein Mühlstein (Sandstein) mit einem Durchmesser von 1,60 m und einer Dicke von 24 cm hat in der Mitte eine quadratische Öffnung von 18 cm Seitenlänge. Berechne das Gewicht des Mühlsteines!

433. Wie schwer ist eine Rundsäule aus Marmor, deren Umfang 3,8936 m und deren Höhe 12 m beträgt?

434. Ein rundes Feuerlöschbecken von 4 m Durchmesser und 1,50 m Tiefe soll durch eine Röhre gefüllt werden, die in der Minute 80 l liefert. In wieviel Stunden ist das Becken gefüllt?

435. Ein Brunnenschacht von 1,40 m Durchmesser und 6,75 m Tiefe soll ausgehoben werden. a) Was kostet das Ausschachten, wenn 1 cbm mit 7,50 DM berechnet wird? b) Wieviel cbm Mauerwerk hat der Brunnen, wenn die Mauer 25 cm dick ist? c) Wieviel kostet die Mauer, wenn 1 cbm mit 35 DM berechnet wird?

436. Wie schwer ist ein 12 m langes Bleirohr, wenn der innere Durchmesser 6 cm und die Wandstärke 1 cm beträgt?

437. Ein zylinderförmiger Benzintank hat einen Umfang von 3,768 m und faßt 20,3472 hl Benzin. Wie lang ist der Tank?

438. In einem Brunnen, in dem das Wasser 1,75 m hoch steht, sind 3 090,9375 l Wasser. Berechne den Durchmesser des Brunnens!

V. Die Pyramide

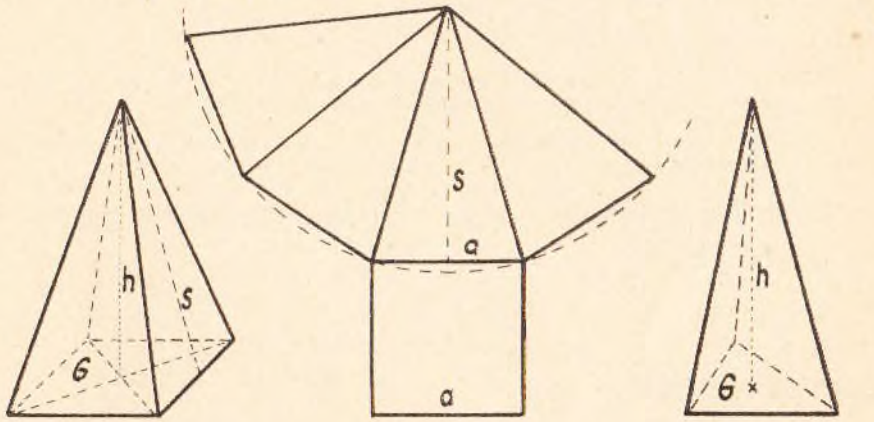
Die **Pyramide** ist ein Körper mit einer **geradlinigen Grundfläche** und **dreieckigen Seitenflächen**, die in einer **Spitze** zusammenstoßen.

Die **Grundfläche** der Pyramide kann ein gleichseitiges **Dreieck**, ein **Quadrat** oder ein regelmäßiges **Vieleck** sein; infolgedessen unterscheidet man **drei-, vier-** und **vielseitige Pyramiden.**

Die **Seitenflächen** der Pyramide sind **deckungsgleiche (kongruente) gleichschenklige Dreiecke;** die **Anzahl der Seitenflächen** hängt von der **Seitenzahl der Grundfläche** ab und wird mit **n** bezeichnet.

Den senkrechten Abstand von der Mitte der **Grundfläche** zur **Spitze** nennt man **Höhe (h),** den senkrechten Abstand von der Mitte der **Grundkante** zur **Spitze** nennt man **Seitenhöhe (s).**

Berechnung von Mantel, Oberfläche und Inhalt



$$M = \frac{a \cdot s}{2} \cdot n \qquad O = s^2 + \frac{a \cdot s}{2} \cdot n \qquad V = \frac{G \cdot h}{3}$$

Erklärung:

Die Zeichnung in der Mitte stellt die **Oberfläche** (das **Netz**) einer **Pyramide mit quadratischer Grundfläche** dar.

Die **Oberfläche** besteht aus einer **quadratischen Grundfläche** und vier inhaltsgleichen **dreieckigen Seitenflächen.** Die **Seitenflächen allein** bilden den **Mantel.**

a) Die Berechnung des Mantels

Eine **Seitenfläche** der Pyramide wird berechnet: Grundkante (a) mal Seitenhöhe (s) geteilt durch 2. Da die 4 Seitenflächen inhaltsgleich sind, wird die Seitenfläche mit 4 malgenommen.

Der **Mantel** wird also berechnet: $\frac{a \cdot s}{2} \cdot 4.$

b) Die Berechnung der Grundfläche

Zählen wir zum Mantel die Grundfläche (a^2), so haben wir die **Oberfläche** der Pyramide: $a^2 + \frac{a \cdot s}{2} \cdot 4.$

fernmeldelehrling.de

Die **Oberfläche der drei- und vielseitigen Pyramiden** wird ebenfalls berechnet:

Grundfläche + Seitenfläche mal Flächenanzahl (n), also: $a^2 + \frac{a \cdot s}{2} \cdot n$.

c) Die Berechnung des Inhalts

Fülle ein **Prisma** mit feinem Sand!

Schütte den Sand in eine **dazugehörige Pyramide,** d. h. in eine Pyramide, die die **gleiche Grundlinie** und die **gleiche Höhe** hat!

Wir stellen fest: die **Pyramide** läßt sich mit dem Sand des dazugehörigen Prismas **dreimal füllen.**

Der **Inhalt der Pyramide** ist demnach **1/3 vom Inhalt des dazugehörigen Prismas,**

also: $\frac{G \cdot h}{3}$

Angewandte Aufgaben

439. Berechne den Mantel einer dreiseitigen Pyramide, deren Grundkante 16 cm und deren Seitenhöhe 24 cm beträgt!

440. Berechne die Oberfläche einer quadratischen Pyramide, deren Grundkante 24 cm und deren Seitenhöhe 36 cm mißt!

441. Berechne das Volumen einer 36 cm hohen Pyramide mit trapezförmiger Grundfläche, deren große Grundlinie 24 cm, deren kleine Grundlinie 18 cm und deren Höhe 12 cm beträgt!

442. Ein sechsseitiges Kirchturmdach, das die Form einer Pyramide hat, wird mit Schiefer gedeckt. Die Grundkante ist 1,60 m, die Seitenhöhe 8,50 m lang. Der Schieferbelag kostet pro m^2 12,50 DM. Wie hoch ist der Rechnungsbetrag?

443. Eine Pyramide aus Sandstein (spez. Gewicht 2,5) hat als Grundfläche ein Rechteck von 1,20 m Länge und 0,85 m Breite. Die Höhe mißt 2,30 m. Wie schwer ist die Pyramide?

444. Eine quadratische Pyramide mit einer Grundkante von 25 cm hat einen Kubikinhalt von 7 500 cm^3. Berechne die Höhe!

445. Die Höhe einer Pyramide beträgt 45 cm, das Volumen 8 640 ccm. Berechne die Grundfläche!

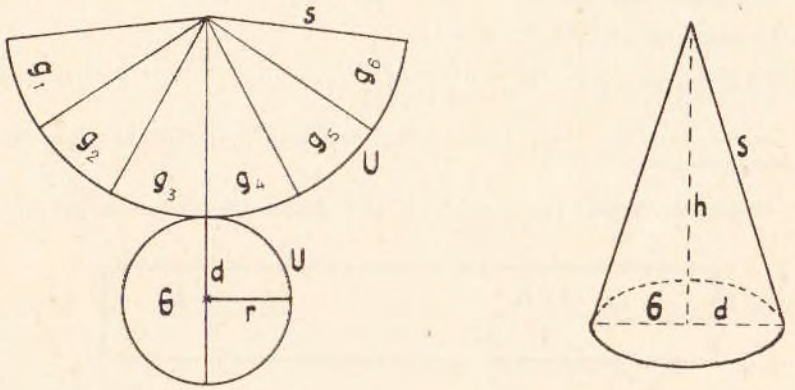
446. Eine 2,40 m hohe Pyramide aus Granit (spez. Gewicht 2,8), deren Grundfläche quadratisch ist, hat ein Gewicht von 1,6184 t. Wie lang ist die Grundkante?

VI. Der Kegel

Der **Kegel** ist ein spitz zulaufender Körper mit einer **kreisförmigen Grundfläche (G)** und einer **gekrümmten Mantelfläche (M).**

Der senkrechte Abstand von der Grundfläche zur Spitze heißt **Höhe (h),** der Abstand vom Umfang der Grundfläche zur Spitze heißt **Seitenhöhe (s).**

Berechnung von Mantel, Oberfläche und Inhalt



Erklärung:

Die Zeichnung links stellt die **Oberfläche** (das **Netz**) eines **Kegels** dar.

Die **Oberfläche** besteht aus einer **kreisförmigen Grundfläche** und einem **Kreisausschnitt,** der den **Mantel** bildet.

a) Die Berechnung des Mantels

Der **Mantel des Kegels** besteht aus einer **Summe von Dreiecken:**

$g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6 \ldots + g_n$. (Wir denken uns den Kreisausschnitt in so viele winzige Dreiecke zerlegt, daß die **Grundseiten** der einzelnen Dreiecke **gerade Linien** bilden.)

Der **Kreisausschnitt** bildet nun als Summe der vielen Dreiecke **ein großes Dreieck,** dessen **Grundlinie** gleich dem **Umfang (U)** der Grundfläche und dessen Höhe gleich der **Seitenhöhe (s)** des Kegels ist.

Wir berechnen nun den **Mantel** als Dreieck:

$$M = \frac{G \cdot h}{2} = \frac{U \cdot s}{2} = \frac{2r \cdot \pi \cdot s}{2} = r \cdot \pi \cdot s$$

fernmeldelehrling.de

b) Die Berechnung der Oberfläche

Zählen wir zum Mantel die Grundfläche ($r^2 \cdot \pi$), so haben wir die **Oberfläche** des Kegels:

$$O = G + M = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

c) Die Berechnung des Inhalts

Fülle einen **Kegel** mit feinem Sand!

Schütte den Sand in eine **dazugehörige Walze,** d. h. in eine Walze, die die gleiche Grundlinie und die gleiche Höhe hat!

Wir stellen fest: der **Kegel** läßt sich mit dem Sand der dazugehörigen Walze **dreimal füllen.**

Der **Inhalt des Kegels** ist demnach **1/3 vom Inhalt der dazugehörigen Walze,** also:

$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

Angewandte Aufgaben

447. Berechne den Mantel und die Oberfläche eines Kegels:
a) Radius 8 cm, Seitenhöhe 24 cm;
b) Umfang 37,68 cm, Seitenhöhe 25 cm!

448. Berechne den Inhalt eines Kegels: Radius 12 cm, Höhe 48 cm!

449. Der Durchmesser der Grundfläche eines kegelförmigen Zeltes beträgt 26,40 m, die Seitenhöhe 9,20 m. Wieviel qm Zelttuch werden benötigt, wenn für die Nähte 12% gerechnet werden?

450. Das kegelförmige Dach eines Turmes soll mit Zinkblech belegt werden. Der Umfang der Grundfläche mißt 15,072 m, die Seitenhöhe 8,50 m. Was kostet die Zinkblechbelegung, wenn für Verschnitt 10% und für 1 qm 33,50 DM gerechnet werden?

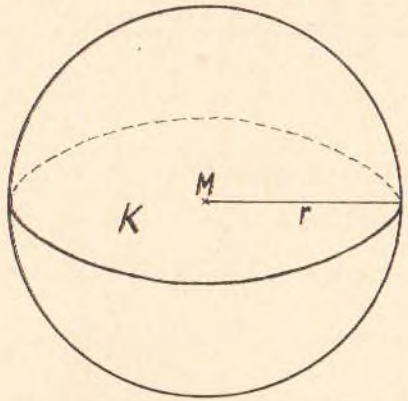
451. Ein kegelförmiger Fichtenstamm von 12,60 m Länge hat an der Erde einen Umfang von 81,64 cm. Der Preis für 1 m^3 Fichtenholz beträgt 125 DM; das spez. Gewicht ist 0,45. Berechne a) den Preis, b) das Gewicht des Stammes!

452. Ein 7,50 m hoher Kegel hat einen Inhalt von 15,386 m^3. Wie lang ist der Radius?

453. Welchen Inhalt hat ein Kegel, dessen Höhe 20 cm und dessen Seitenhöhe 29 cm beträgt?

VII. Die Kugel

Eine **Kugel** ist ein **runder Körper** mit einer **gleichmäßig gekrümmten Oberfläche.**



M = Kugelmittelpunkt
r = Kugelhalbmesser
K = größte Kugelkreisfläche
O = Kugeloberfläche
V = Kugelinhalt

Der Punkt im Innern der Kugel, der von allen Punkten der **Kugeloberfläche (O)** gleich weit entfernt ist, heißt **Kugelmittelpunkt (M).**

Die Entfernung von der Kugeloberfläche zum Kugelmittelpunkt ist der **Kugelhalbmesser (r).**

Jeder Schnitt durch eine Kugel ergibt eine Kreisfläche; je weiter der Schnitt vom Kugelmittelpunkt entfernt ist, desto kleiner ist die Kreisfläche. Der Schnitt durch den Kugelmittelpunkt bildet die **größte Kugelkreisfläche (K).**

Den Rauminhalt einer Kugel nennen wir **Kugelinhalt (V).**

a) Die Berechnung der Oberfläche

Wir teilen eine **Kugel** in **zwei Halbkugeln.**

Im Mittelpunkt der größten Kugelkreisfläche befestigen wir das Ende einer Schnur und bedecken mit dieser in spiralförmigen Windungen die ganze Kreisfläche. Um die **Oberfläche der Halbkugel** zu bedecken, benötigen wir die **doppelte Länge** der Schnur, für die ganze **Kugeloberfläche** das **Vierfache.**

Da also die **Kugeloberfläche viermal so groß** ist **wie die größte Kugelkreisfläche,** berechnen wir die **Kugeloberfläche:**

Größte Kugelkreisfläche × 4 $O = 4 \cdot K$ oder $4r^2 \cdot \pi$

b) Die Berechnung des Inhalts

Eine **Kugel** besteht aus **vielen gleichgroßen Pyramiden,** deren **Spitzen im Kugelmittelpunkt** liegen.

Die **Summe der** winzig klein gedachten **Grundflächen** der Pyramiden ist **gleich** der **Kugeloberfläche,** der **Kugelradius** ist **gleich** der **Pyramidenhöhe.**

fernmeldelehrling.de

Demnach berechnet man den **Inhalt der Kugel** als **Pyramide:**

$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{O \cdot r}{3} = \frac{4r^2 \cdot \pi \cdot r}{3} = \frac{4r^3 \cdot \pi}{3}$$

Erklärung:

Die **Pyramide** wird berechnet: $\frac{G \cdot h}{3}$

Die **Grundfläche der Pyramide (G)** ist **gleich** der **Kugeloberfläche (O), die Höhe der Pyramide (h)** ist **gleich** dem **Kugelradius (r),** also $\frac{O \cdot r}{3}$

Für die Kugeloberfläche (O) setzen wir $4r^2 \cdot \pi$ ein: $\frac{4r^2 \cdot \pi \cdot r}{3}$

Für $r^2 \cdot r$ setzen wir r^3; dann heißt die Endformel: $\frac{4r^3 \cdot \pi}{3}$

Angewandte Aufgaben

454. Berechne a) die Oberfläche, b) den Inhalt folgender Kugeln:
1. Radius 14 cm, 2. Durchmesser 36 cm, 3. Umfang 50,24 cm!

455. Wieviel g wiegen diese 3 Kugeln, wenn die erste aus Ebenholz, die zweite aus Glas und die dritte aus Blei ist?

456. Der Umfang einer Halbkugel ist 113,04 cm. Wie groß ist die Oberfläche?

457. Eine hohle Halbkugel hat einen Umfang von 288,88 cm. Wieviel Liter faßt die Halbkugel?

458. Der Durchmesser einer Billardkugel ist 6 cm. Wie schwer sind 3 Billardkugeln, wenn das spezifische Gewicht des Elfenbeins 1,9 beträgt?

459. Eine halbkugelförmige Kuppel mit einem Durchmesser von 6,40 m soll mit Zinkblech belegt werden. Für Verschnitt werden 10% gerechnet. Wieviel kostet die Belegung der Kuppel, wenn 1 qm mit 32,50 DM berechnet wird?

460. Eine Kugel aus Eichenholz, die einen Durchmesser von 22 cm hat, wird 2 cm abgeschliffen. Wieviel verliert die Kugel an Gewicht?

ALGEBRA

EINFÜHRUNG IN DAS BUCHSTABENRECHNEN

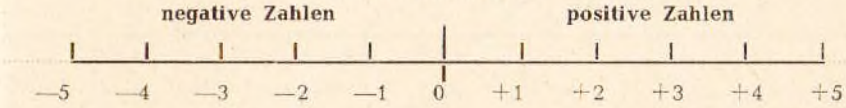
A. Die allgemeinen Zahlen

Das **Rechnen mit Buchstaben** nennt man **algebraisches Rechnen (Algebra).**
Man unterscheidet **bestimmte** (1, 2, 3, 4, 5 usw.) und **allgemeine Zahlen** (a, b, c, d . . . r, s, t . . . x, y, z).
Die **allgemeinen** Zahlen können jeden **beliebigen Zahlenwert** bedeuten.

Man unterscheidet weiter **positive** und **negative Zahlen.**

Zahlen mit Pluszeichen	(+3, +5)	sind **positive Zahlen.**
Zahlen mit Minuszeichen	(—4, —7)	sind **negative Zahlen.**
Zahlen ohne Vorzeichen	(2, 6, 9)	sind **positive Zahlen.**

Der Zahlenstrahl



B. Die Beziehungen der allgemeinen Zahlen und ihre Auswertung

In die **algebraischen Ausdrücke**

	x + y + z	x — y — z	x · y · z	x : y : z
oder	a + b + c	a — b — c	a · b · c	a : b : c

kann man für die **allgemeinen Zahlen** (x, y, z, a, b, c) **bestimmte Zahlen** (1, 2, 3, 4, 5 usw.) einsetzen und dann den **Wert der Ausdrücke** berechnen.

Merke: Außer x, y, z und a, b, c kann **auch jeder andere Buchstabe** des Alphabets eingesetzt werden.

Übungsaufgabe 461

a) $x + 4$; $x = 2, 5, 7, 8$	b) $x - 3$; $x = 3, 4, 6, 9$	c) $x \cdot 5$; $x = 1, 3, 5, 6$	d) $x : 4$; $x = 8, 20, 36, 48$
e) $x + y$; $x = 2, y = 3$	f) $x - y$; $x = 5, y = 4$	g) $x \cdot y$; $x = 3, y = 5$	h) $x : y$; $x = 4, y = 2$
i) $x + y + z$; $x = 12; y = 8$, $z = 6$	k) $x + y - z$; $x = 18{,}5; y = 6{,}3$, $z = 7{,}6$	l) $x - y + z$; $x = 15\frac{1}{2}; y = 10\frac{1}{4}$, $z = 3\frac{3}{4}$	m) $x - y - z$; $x = 36; y = 15$; $z = 12$

Übungsaufgabe 462

a) $(a + b) + (c - d)$;	$a = 16$,	$b = 4$,	$c = 6$,	$d = 2$
b) $(a \cdot b) - (c : d)$;	$a = 30$,	$b = 6$,	$c = 48$,	$d = 12$
c) $(a : b) \cdot (c + d)$;	$a = 25$,	$b = 5$,	$c = 7$,	$d = 5$
d) $(a - b) : (c \cdot d)$;	$a = 72$,	$b = 24$,	$c = 4$,	$d = 3$

fernmeldelehrling.de

C. Die vier Grundrechnungsarten mit allgemeinen Zahlen

I. Die Addition

$$a + b = c$$

Summand (a) + Summand (b) = Summe (c)

$$a + b + c = a + c + b = b + a + c = b + c + a = c + a + b = c + b + a$$

Die **Reihenfolge der Summanden** ist **beliebig**, d. h. die **Summanden** können **vertauscht** werden, **ohne** den **Wert** der Aufgabe **zu ändern.**

$$a + a + a + a = \underline{\underline{4a}} \qquad x + x + x = \underline{\underline{3x}}$$

In den Ausdrücken **4 a** und **3 x** nennt man die Zahlen **4** und **3** die **Koeffizienten** (Vorzahlen) von a und x.

Allgemeine Zahlen mit verschiedenen Koeffizienten werden addiert, indem man ihre Koeffizienten addiert.

Übungsaufgabe 463

a) 4a + 7a + a + 8a + 5a;
b) 10x + 4x + 12x + x + 3x;
c) 15a + 32b + 8b + 16a;
d) 12x + 8y + 16x + 15y + 10y;
e) 12a + 16b + 9c + 13b + 10a + 23c + 18b + 14c + 17a;
f) 25x + 42y + 36z + 17y + 23z + 15x + 38y + 16x + 12z;
g) 6,5a + 4,3b + 3,6c + 5,2b + 8,1c + 2,7a + 4,2b + 1,7c;
h) $12\frac{1}{2}x + 6\frac{3}{4}z + 5\frac{1}{2}y + 3\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x + 1\frac{3}{4}y + 4\frac{1}{2}z$.

II. Die Subtraktion

$$a - b = c$$

Minuend (a) — Subtrahend (b) = Differenz (c)

$$a - b - c = a - c - b$$

Die **Reihenfolge der Subtrahenden** ist **beliebig**, d. h. die **Subtrahenden** können **vertauscht** werden, **ohne** den **Wert** der Aufgabe **zu ändern.**

Allgemeine Zahlen mit verschiedenen Koeffizienten werden subtrahiert, indem man ihre Koeffizienten subtrahiert.

Übungsaufgabe 464

a) 36a — 15a — 12a — 7a;
b) 43b — 18b — 16b — 5b;
c) 8a — 14b — 4a — 5b;
d) 32x — 24y — 15y — 27x;
e) 12m + 10n — 10n — 4m;
f) 23o — 11p + 11p — 16o;
g) 16,2a — 12,4b — 8,7a — 5,8b;
h) $8\frac{1}{4}x - 7\frac{1}{2}y - 6\frac{3}{4}y - 5\frac{1}{4}x$.

III. Die algebraische Summe

$$a + b - c + d$$

Ausdrücke mit **Pluszeichen (+) und Minuszeichen (—)** nennt man eine **algebraische Summe.**

$$a + b - c + d = a + b + d - c = a - c + b + d = a + d + b - c$$

Die **Reihenfolge in der algebraischen Summe ist beliebig.**

Algebraische Summen werden ausgerechnet, indem man die Koeffizienten der gleichen allgemeinen Zahlen addiert bzw. subtrahiert.

Übungsaufgabe 465

a) 35a — 12a + 8a — 4a — 7a + 16a — 14a — 18a;
b) 24x — 18x + 14x — 5x — 8x + 7x — 12x + 15x;
c) 8a — 5a — 7b + 6a — b — 4a + 4b — 3a;
d) 12x — 8y — 4x — 6x — 3y + 3x + 5y — 4y;
e) 27r + 6s — 7t — 13r + 11t — 4s — 5r + 2s — 3t;
f) 25,3x — 15,4y + 18,6z — 11,2y + 32,3y — 9,4z — 16,4x;
g) $18\frac{1}{2}a + 12\frac{1}{2}b + 17\frac{3}{4}c - 6\frac{1}{4}b - 5\frac{1}{4}a - 12\frac{1}{2}c + 3\frac{1}{2}b$.

IV. Die Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen

1. Die Addition einer Summe

$a + (b + c) = a + b + c$ — **Eine Summe wird addiert, indem man die einzelnen Posten der Reihe nach addiert.**

2. Die Subtraktion einer Summe

$a - (b + c) = a - b - c$ — **Eine Summe wird subtrahiert, indem man die einzelnen Posten der Reihe nach subtrahiert.**

3. Die Addition einer Differenz

$a + (b - c) = a + b - c$ — **Eine Differenz wird addiert, indem man den Minuenden addiert und den Subtrahenden subtrahiert.**

4. Die Subtraktion einer Differenz

$a - (b - c) = a - b + c$ — **Eine Differenz wird subtrahiert, indem man den Minuenden subtrahiert und den Subtrahenden addiert.**

fernmeldelehrling.de

V. Das Klammerrechnen

Beim Klammerrechnen faßt man **zwei oder mehrere Größen** durch eine **Klammer** zusammen.

Man unterscheidet **runde ( ) und eckige [ ] Klammern;** die eckigen Klammern schließen die runden ein.

Beim Klammerrechnen gehen **Multiplikation und Division** (höhere Rechnungsarten) vor **Addition und Subtraktion** (niedere Rechnungsarten); also:

Punktrechnen geht immer vor Strichrechnen.

Bei **Strichzeichen** rechnet man vorteilhafter mit **Dezimalbrüchen,** bei **Punktzeichen** mit **gewöhnlichen Brüchen.**

Das Auflösen und Setzen von Klammern

$a + (b + c) = a + b + c$
$a + (b - c) = a + b - c$

Beim Auflösen einer Klammer mit vorgesetztem + Zeichen bleiben die Zeichen in der Klammer unverändert.

$a - (b + c) = a - b - c$
$a - (b - c) = a - b + c$

Beim Auflösen einer Klammer mit vorgesetztem — Zeichen werden die Zeichen in der Klammer umgekehrt:
aus + wird — aus — wird +

$a + b + c = a + (b + c)$
$a + b - c = a + (b - c)$

Werden mehrere Glieder einer algebraischen Summe in eine Klammer mit vorgesetztem + Zeichen eingeschlossen, so bleiben die Zeichen in der Klammer unverändert.

$a - b + c = a - (b - c)$
$a - b - c = a - (b + c)$

Werden mehrere Glieder einer algebraischen Summe in eine Klammer mit vorgesetztem — Zeichen eingeschlossen, so werden die Zeichen in der Klammer umgekehrt:
aus + wird — aus — wird +

Beispiel:

$$\begin{aligned} & 6x + [(5x + 4y) - (3x + 2y)] \\ = \; & 6x + [\,5x + 4y - 3x - 2y\,] \\ = \; & 6x + 5x + 4y - 3x - 2y \\ = \; & 6x + 5x - 3x + 4y - 2y \\ = \; & 8x + 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 8a - [(4a - 2b) + (2a - 3b)] \\ = \; & 8a - [\,4a - 2b + 2a - 3b\,] \\ = \; & 8a - 4a + 2b - 2a + 3b \\ = \; & 8a - 4a - 2a + 2b + 3b \\ = \; & 2a + 5b \end{aligned}$$

Bei Klammerausdrücken mit eckigen und runden Klammern werden zuerst die runden, dann die eckigen Klammern aufgelöst

Übungsaufgabe 466 Löse die Klammern auf und werte aus:

a) $478 - (238 + 145)$; b) $28{,}4 + (12{,}5 - 10{,}6)$; c) $12\frac{1}{2} - (5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4})$;
d) $(14a + 24) + (5a + 18)$; e) $(17b + 15) - (12b + 8)$;
f) $(12x + 10) + (8x - 5)$; g) $(18y - 14) - (13y - 9)$;
h) $12a + (18a + 20b)$; i) $18x + (24y + 15x)$;
k) $23a - (14a + 12b)$; l) $32x - (28y + 16x)$;
m) $36a + (15a - 18b)$; n) $24x + (17y - 15x)$;
o) $28a - (13a - 14b)$; p) $33x - (23y - 12x)$;
q) $(5a + 14b - 3c) + (4a - 3b + 5c) - (3a - 6b + 2c)$;
r) $(12x - 12y + 18z) - (8x + 4y - 12z) + (13x + 17y - 15z)$;
s) $7\frac{1}{2}x + 6\frac{3}{4}y - (4\frac{1}{2}x - 3\frac{3}{4}y) + (3\frac{1}{2}x - 8\frac{1}{4}y) - 2\frac{1}{4}x$,
t) $(8{,}4r + 15{,}3s - 14{,}6t) - (6{,}3r + 12{,}2s - 18{,}7t) + 5{,}41t$;
u) $[(12a + 9b) - 5c] - [(7a + 6b) - 8c] - (3a - 2b)$;
v) $43a + [36b - (18c + 12b - 12a) + 26c] - [18a - (7b - 6c)]$;
w) $[(36{,}2x + 42{,}5y) - 12{,}4z] - [24{,}7x - (48{,}6z + 62{,}5y)]$;
x) $4\frac{1}{2}x - [5\frac{1}{2}y - (3\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}y) - 2\frac{1}{2}x] + (8\frac{1}{2}y - 1\frac{1}{2}x)$.

VI. Die Multiplikation

$a \cdot b = c$

Multiplikand (a) · Multiplikator (b) = Produkt (c)

Multiplikand und **Multiplikator** nennt man auch **Faktoren.**

$a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b = b \cdot a \cdot c = b \cdot c \cdot a = c \cdot a \cdot b = c \cdot b \cdot a$

Die **Reihenfolge** der Faktoren ist **beliebig.**

Die **Faktoren** können **vertauscht** werden.

$a \cdot b = ab \qquad a \cdot b \cdot c = abc$

Das **Multiplikationszeichen** kann **weggelassen** werden.

$a \cdot a = a^2 \qquad b \cdot b \cdot b = b^3 \qquad x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$

Die Ausdrücke a^2, b^3, x^4 usw. nennt man **Potenzen.**

Eine Potenz besteht aus einer **Grundzahl (Basis)** a, b, x usw. und aus einer **Hochzahl (Exponent)** ^{2}, ^{3}, ^{4} usw.

VII. Die Multiplikation von Summen und Differenzen

1. Die Multiplikation einer Summe mit einer Zahl

$(a + b) \cdot c = ac + bc$

Eine Summe wird mit einer Zahl multipliziert, indem man die Posten der Reihe nach mit der Zahl multipliziert und die Produkte addiert.

2. Die Multiplikation einer Differenz mit einer Zahl

$(a - b) \cdot c = ac - bc$

Eine Differenz wird mit einer Zahl multipliziert, indem man die Posten der Reihe nach mit der Zahl multipliziert und die Produkte subtrahiert.

3. Die Multiplikation einer algebraischen Summe mit einer Zahl

$(a + b - c) \cdot d = ad + bd - cd$

Eine algebraische Summe wird mit einer Zahl multipliziert, indem man die Posten der Reihe nach mit der Zahl multipliziert und die Produkte addiert bzw. subtrahiert.

4. Die Multiplikation von Summen und Differenzen

$(+4) \cdot (+5) = +20 \quad (+4) \cdot (-5) = -20 \quad (-4) \cdot (+5) = -20 \quad (-4) \cdot (-5) = +20$
$(+a) \cdot (+b) = +ab \quad (+a) \cdot (-b) = -ab \quad (-a) \cdot (+b) = -ab \quad (-a) \cdot (-b) = +ab$

fernmeldelehrling.de

Das Produkt von Faktoren mit gleichen Vorzeichen ist positiv (+).
Das Produkt von Faktoren mit ungl. Vorzeichen ist negativ (—).

+ · + = +	+ : + = +
+ · — = —	+ : — = —
— · + = —	— : + = —
— · — = +	— : — = +

Beispiel: $(a + b) \cdot (c + d) = ac + bc + ad + bd$
$(a + b) \cdot (c - d) = ac + bc - ad - bd$
$(a - b) \cdot (c + d) = ac - bc + ad - bd$
$(a - b) \cdot (c - d) = ac - bc - ad + bd$

$(a - b + c) \cdot (l + m - n) = al + am - an - bl - bm + bn + cl + cm - cn$

Summen und Differenzen werden miteinander multipliziert, indem man jedes Glied der ersten Klammer mit jedem Glied der zweiten Klammer multipliziert und die Produkte addiert bzw. subtrahiert.

Übungsaufgabe 467

zu 1:

a) $(5+4) \cdot 3$	b) $(23+15) \cdot 4$	c) $(2{,}3+4{,}5) \cdot 5$	d) $(2\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}) \cdot 4$
e) $(x+y) \cdot 3$	f) $(a+b) \cdot 5$	g) $(r+s) \cdot 6$	h) $(u+v) \cdot 4$
i) $(4x+3y) \cdot 5$	k) $(3a+2b) \cdot 7$	l) $(2{,}3r+1{,}4s) \cdot 3$	m) $(4\frac{1}{2}u+3\frac{1}{2}v) \cdot 5$
n) $(6x+2y) \cdot 2z$	o) $(5a+3b) \cdot 4c$	p) $(1{,}6r+2{,}3s) \cdot 4t$	q) $(1\frac{1}{2}u+2\frac{1}{4}v) \cdot 3w$

Übungsaufgabe 468

zu 2:

a) $(7-4) \cdot 5$	b) $(35-17) \cdot 3$	c) $(5{,}3-2{,}4) \cdot 4$	d) $(3\frac{3}{4}-2\frac{2}{3}) \cdot 5$
e) $(x-y) \cdot 6$	f) $(a-b) \cdot 8$	g) $(r-s) \cdot 7$	h) $(u-v) \cdot 6$
i) $(5x-4y) \cdot 5$	k) $(6a-5b) \cdot 4$	l) $(3{,}2r-2{,}4s) \cdot 4$	m) $(3\frac{1}{3}u-2\frac{1}{4}v) \cdot 5$
n) $(3x-2y) \cdot 4z$	o) $(5a-4b) \cdot 3c$	p) $(1{,}3r-2{,}5s) \cdot 3t$	q) $(2\frac{1}{2}u-3\frac{1}{4}v) \cdot 3w$

Übungsaufgabe 469

zu 3:

a) $(x - y + z) \cdot 5$
b) $(a + b - c) \cdot 6$
c) $(5x + 4y - 3z) \cdot 4$
d) $(4a - 3b + 6c) \cdot 5$
e) $(6x - 5y + 4z) \cdot 3r$
f) $(3a + 4b - 5c) \cdot 4d$
g) $(4{,}3x + 2{,}3y - 3{,}2z) \cdot 3s$
h) $(3{,}2a - 2{,}4b + 4{,}3c) \cdot 2e$
i) $(3\frac{1}{3}x - 2\frac{1}{2}y + 3\frac{1}{4}z) \cdot 5t$
k) $(3\frac{1}{2}a + 2\frac{1}{4}b - 2\frac{1}{2}c) \cdot 3f$
l) $(6x + 7y - 4z + 3s) \cdot 4m$
m) $(7a - 4b + 5c - 3d) \cdot 3r$
n) $(5x - 4y + 3z - 2s) \cdot 5n$
o) $(4a + 5b - 3c + 2d) \cdot 4p$

Übungsaufgabe 470

zu 4:

a) $(7x + 6y) \cdot (8z + 4t)$
b) $(3a + 4b) \cdot (5c - 2d)$
c) $(5x - 2y) \cdot (4z + 3t)$
d) $(6a - 3b) \cdot (4c - 3d)$
e) $(4a + 3b) \cdot (3c - 2d) + (5a - 6b) \cdot (3c + 3d)$
f) $(6l - 5m) \cdot (5n + 3o) - (2l + 2m) \cdot (3n - 6o)$

VIII. Die Division

$$a : b = c \text{ oder } \frac{a}{b} = c$$

Dividend (a) : Divisor (b) = Quotient (c)

$$(a : b) \cdot b = a \text{ oder } \frac{a}{b} \cdot b = a$$

Multiplikation und Division mit der gleichen Zahl heben sich auf.

IX. Die Division von Summen und Differenzen

1. Die Division einer Summe durch eine Zahl

$(a + b) : c$ oder $\frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

Eine Summe wird durch eine Zahl dividiert, indem man die Posten der Reihe nach durch die Zahl dividiert und die Quotienten addiert.

2. Die Division einer Differenz durch eine Zahl

$(a - b) : c$ oder $\frac{c}{a - b} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$

Eine Differenz wird durch eine Zahl dividiert, indem man die Posten der Reihe nach durch die Zahl dividiert und die Quotienten subtrahiert.

3. Die Division einer algebraischen Summe durch eine Zahl

$(a + b - c) : d$

oder $\frac{a + b - c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d}$

Eine algebraische Summe wird durch eine Zahl dividiert, indem man die Posten der Reihe nach durch die Zahl dividiert und die Quotienten addiert bzw. subtrahiert.

fernmeldelehrling.de

Übungsaufgabe 471

Merke: Allgemeine Zahlen kürzt man wie bestimmte Zahlen.

zu 1:

a) $(18 + 9) : 3$ b) $(52 + 23) : 15$ c) $(2{,}7 + 4{,}8) : 5$ d) $(5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6}) : 4$
e) $(x + y) : 4$ f) $(a + b) : 3$ g) $(r + s) : 2$ h) $(u + v) : 5$
i) $(6x + 10y) : 2$ k) $(8a + 4b) : 4$ l) $(3{,}6r + 2{,}4s) : 6$ m) $(4\frac{1}{2}u + 2\frac{1}{4}v) : 3$
n) $(24xz - 20yz) : 4z$ o) $(18a + 24ab) : 6a$ p) $(35rs + 15s) : 5s$
q) $(36uv + 24uv) : 3v$

Übungsaufgabe 472

zu 2:

a) $(23 - 5) : 6$ b) $(35 - 11) : 8$ c) $(3{,}5 - 1{,}7) : 3$ d) $(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}) : 5$
e) $(x - y) : 3$ f) $(a - b) : 4$ g) $(r - s) : 5$ h) $(u - v) : 6$
i) $(8x - 16y) : 4$ k) $(9a - 6b) : 3$ l) $(3{,}5r - 1{,}4s) : 7$ m) $(4\frac{1}{2}u - 3\frac{1}{3}v) : 4$
n) $(35x - 21xy) : 7x$ o) $(20ac - 15bc) : 5a$ p) $(36rs - 24s) : 12s$
q) $(21uv - 15v) : 3v$

Übungsaufgabe 473

zu 3:

a) $(48 - 36 + 15) : 9$ b) $(32 + 14 - 16) : 6$
c) $(6x - 9y + 3z) : 3$ d) $(8a + 12b - 16c) : 4$
e) $(ax - bx + cx) : x$ f) $(ay + by - cy) : y$
g) $(24ax - 18cx + 12bx) : 6x$ h) $(35ay + 28cy - 21by) : 7y$
i) $(20bcx - 25acx + 15bcx) : 5cx$ k) $(28bcy + 16acy - 12bcy) : 4cy$

D. Das Rechnen mit Potenzen

2^3 (2 hoch 3)

d. h. die **Zahl 2** soll **3mal als Faktor** gesetzt werden $= 2 \cdot 2 \cdot 2$

$3 \cdot 3 = 3^2$ $a \cdot a \cdot a = a^3$ $x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$

Die Ausdrücke 3^2, a^3, x^4 usw. nennt man **Potenzen.**

Eine Potenz besteht aus einer **Grundzahl (Basis)** 3, a, x usw. und aus einer **Hochzahl (Exponent)** ^{2}, ^{3}, ^{4} usw.

Potenzieren heißt, eine Zahl in eine Potenz erheben.

Berechne den Wert folgender Potenzen: 4^2, 5^3, 6^4, 3^5, 2^6, 10^{10}!

$$4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4$$

Das **Multiplizieren** ist eine verkürzte Schreibweise für die **Addition.**

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

Das **Potenzieren** ist eine verkürzte Schreibweise für die **Multiplikation.**

Regeln für das Potenzieren

Diese Regeln lassen sich aus der **Multiplikation** und **Division** ableiten.

Die Multiplikation von Potenzen

$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Potenzen mit gleichen Basen werden multipliziert, indem man die Basis mit der Summe der Exponenten potenziert.

$2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3$
$a^4 \cdot b^4 = (a \cdot b)^4$
$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man das Produkt der Basen mit dem Exponenten potenziert.

Die Division von Potenzen

$3^5 : 3^3 = 3^{5-3} = 3^2$

$\frac{a^6}{a^2} = a^{6-2} = a^4$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Potenzen mit gleichen Basen werden dividiert, indem man die Basis mit der Differenz der Exponenten potenziert.

$6^3 : 3^3 = (6 : 3)^3$

$\frac{a^4}{b^4} = \left(\frac{a}{b}\right)^4$

$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem man den Quotienten der Basen mit dem Exponenten potenziert.

Potenzen von Produkten und Quotienten

$(3 \cdot 4)^3 = 3^3 \cdot 4^3$
$(a \cdot b)^4 = a^4 \cdot b^4$
$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

Ein Produkt wird potenziert, indem man jeden Faktor potenziert und die Potenzen multipliziert.

$(3 : 4)^3 = 3^3 : 4^3$

$\left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a^4}{b^4}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Ein Quotient wird potenziert, indem man Dividend und Divisor potenziert und die Potenzen dividiert.

Potenzen von Potenzen

$(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6$
$(a^3)^4 = a^{3 \cdot 4} = a^{12}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Eine Potenz wird potenziert, indem man die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert.

Im folgenden soll nur auf das **Rechnen mit den in der Fernmeldetechnik häufig vorkommenden Zehnerpotenzen** eingegangen werden.

fernmeldelehrling.de

Das Rechnen mit Zehnerpotenzen

a) Schreibweise und Bedeutung der Zehnerpotenzen

$$\begin{aligned}
10\,000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 &&= 10^4\\
1\,000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 &&= 10^3\\
100 &= 10 \cdot 10 &&= 10^2\\
10 &= 10 &&= 10^1\\
1 &= \frac{1}{1} &&= 1 = 10^0\\
0{,}1 &= \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} &&= 10^{-1}\\
0{,}01 &= \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} &&= 10^{-2}\\
0{,}001 &= \frac{1}{1\,000} = \frac{1}{10^3} &&= 10^{-3}
\end{aligned}$$

Diese Reihe läßt sich nach oben und unten beliebig fortsetzen.

b) Addition und Subtraktion von Zehnerpotenzen

$$10^3 + 10^3 = 2 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 1\,000 = \underline{\underline{2\,000}}$$

denn: $10 \cdot 10 \cdot 10 + 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000 + 1\,000 = \underline{\underline{2\,000}}$

$$4 \cdot 10^2 - 10^2 = 3 \cdot 10^2 = 3 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 100 = \underline{\underline{300}}$$

denn: $4 \cdot 10 \cdot 10 - 10 \cdot 10 = 4 \cdot 100 - 100 = 400 - 100 = \underline{\underline{300}}$

Nur Zehnerpotenzen mit gleichen Exponenten können addiert oder subtrahiert werden.

$$10^2 + 10^3 = 10 \cdot 10 + 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100 + 1\,000 = \underline{\underline{1\,100}}$$

Bei der Addition oder Subtraktion von Zehnerpotenzen mit verschiedenen Exponenten muß zuerst der wirkliche mathematische Wert ermittelt werden.

c) Multiplikation von Zehnerpotenzen

$$10^3 \cdot 10^2 = 10^{3+2} = 10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\underline{100\,000}}$$

denn: $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5 = \underline{\underline{100\,000}}$

Zehnerpotenzen werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert.

d) Division von Zehnerpotenzen

$$10^4 : 10^2 = 10^{4-2} = 10^2 = 10 \cdot 10 = \underline{\underline{100}}$$

denn: $\frac{10^4}{10^2} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10} = 10 \cdot 10 = 10^2 = \underline{\underline{100}}$

Zehnerpotenzen werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert.

e) Zehnerpotenzen mit negativem Exponenten

$$10^2 : 10^4 = 10^{2-4} = \underline{\underline{10^{-2}}}$$

denn: $\frac{10^2}{10^4} = \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10 \cdot 10} = \frac{1}{10^2} = \underline{\underline{10^{-2}}}$

Zehnerpotenzen mit negativem Exponenten sind gleich ihrem Kehrwert mit positivem Exponenten.

Diese **Vorzeichenänderung eines Potenzexponenten** kann man in die allgemeine **Regel** fassen:

Wird eine Zehnerpotenz aus dem Divisor in den Dividenden oder umgekehrt gesetzt, so muß der Exponent das entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.

i) Zehnerpotenzen mit dem Exponenten 0

$$10^2 : 10^2 = 10^{2-2} = 10^0$$

denn: $\frac{10^2}{10^2} = \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{1}{1} = \underline{\underline{1}}$ $\Bigg\}$ $\underline{\underline{10^0 = 1}}$

Zehnerpotenzen mit dem Exponenten 0 haben den Wert 1

g) Das Rechnen mit Zehnerpotenzen

Beim Rechnen mit besonders **unübersichtlichen großen bzw. kleinen Zahlen** ist es vorteilhaft, die Zahl als **Produkt einer übersichtlichen, geringstelligen Zahl mit einer Zehnerpotenz** auszudrücken. Die Zehnerpotenzen lassen sich dann leicht zusammenfassen oder fallen durch Kürzen ganz weg.

$3\,250\,000 = 3{,}25 \cdot 10^6$	$0{,}0000234 = 2{,}34 \cdot 10^{-5}$
oder $= 32{,}5 \cdot 10^5$	oder $= 23{,}4 \cdot 10^{-6}$
oder $= 325 \cdot 10^4$	oder $= 234 \cdot 10^{-7}$

Bei der **Umwandlung einer Zahl in ein Produkt mit einer Zehnerpotenz** gibt der **positive Exponent** an, um wieviel Stellen das **Komma nach links** verschoben wurde, der **negative Exponent** gibt an, um wieviel Stellen das **Komma nach rechts** verschoben wurde.

$$2{,}5 \cdot 10^4 = 25\,000 \qquad 3{,}4 \cdot 10^{-3} = 0{,}0034$$

Bei der **Multiplikation einer Zahl mit einer Zehnerpotenz** wird das **Komma** um soviel Stellen **nach rechts (bei positivem Exponenten)** bzw. **nach links (bei negativem Exponenten)** verschoben, wie der Exponent angibt.

$$\frac{0{,}05 \cdot 1\,200\,000}{0{,}00002 \cdot 15\,000\,000} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 12 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 15 \cdot 10^6}$$

$$= \frac{5 \cdot 12 \cdot 10^{-2} \cdot 10^5}{2 \cdot 15 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6} = \frac{60 \cdot 10^{-2+5}}{30 \cdot 10^{-5+6}} = \frac{2 \cdot 10^3}{10^1}$$

$$= 2 \cdot 10^{3-1} = 2 \cdot 10^2 = 2 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 100 = \underline{\underline{200}}$$

fernmeldelehrling.de

E. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten

$a + b = c$ $\qquad$ $5a + 2b - 2a + 3b = 3a + 5b$

Algebraische Ausdrücke, zwischen denen ein **Gleichheitszeichen** steht, nennt man **algebraische Gleichungen.**

Jede Gleichung hat eine **linke** und eine **rechte Seite.**

Eine Gleichung hat **bekannte** und **unbekannte Größen.**

Bekannte Größen werden entweder mit **bestimmten Zahlen** oder mit den **allgemeinen Zahlen a, b, c . . .** bezeichnet.

Unbekannte Größen (die **Unbekannten**) werden mit . . . x, y, z bezeichnet.

Eine **Gleichung,** in der **eine Unbekannte** zu **bestimmen** ist, nennt man **Bestimmungsgleichung.**

Das **Bestimmen der Unbekannten** ist das **Lösen der Gleichung (algebraische Lösung).**

Beispiele:

a)

$$x + 3 = 5$$
$$x + 3 - 3 = 5 - 3$$
$$x = 2$$

$$5 + x = 8$$
$$5 - 5 + x = 8 - 5$$
$$x = 8 - 5$$
$$x = 3$$

$$x + a = b$$
$$x + a - a = b - a$$
$$x = b - a$$

b)

$$x - 3 = 2$$
$$x - 3 + 3 = 2 + 3$$
$$x = 5$$

$$8 - x = 3$$
$$8 - x + x = 3 + x$$
$$8 - 3 = 3 + x - 3$$
$$5 = x$$

$$x - a = b$$
$$x - a + a = b + a$$
$$x = b + a$$

c)

$$x \cdot 3 = 9$$
$$\frac{x \cdot 3}{3} = \frac{9}{3}$$
$$x = 3$$

$$2 \cdot x = 8$$
$$\frac{2 \cdot x}{2} = \frac{8}{2}$$
$$x = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

$$x \cdot a = b$$
$$\frac{x \cdot a}{a} = \frac{b}{a}$$
$$x = \frac{b}{a}$$

d)

$$\frac{x}{3} = 2$$
$$\frac{x \cdot 3}{3} = 2 \cdot 3$$
$$x = 6$$

$$\frac{8}{x} = 4$$
$$\frac{8 \cdot x}{x} = 4 \cdot x$$
$$8 = 4x$$
$$2 = x$$

$$\frac{x}{a} = b$$
$$\frac{x \cdot a}{a} = b \cdot a$$
$$x = b \cdot a$$

Aus vorstehenden Beispielen ergibt sich:

Eine Gleichung bleibt richtig, wenn man auf beiden Seiten

a) Gleiches addiert, **b) Gleiches subtrahiert,**

c) mit Gleichem multipliziert, **d) durch Gleiches dividiert.**

Das Lösen der Bestimmungsgleichungen

Eine Bestimmungsgleichung wird gelöst, indem man **auf die eine Seite** der Gleichung **die Unbekannte** und **auf die andere Seite die bekannten Größen** setzt.

Das geschieht auf folgende Weise:

1. die **Klammern** werden **aufgelöst,**
2. die **Gleichung** wird **geordnet,** d. h. die Unbekannten und Bekannten werden getrennt,

3. die **gleichbenannten Glieder** werden **zusammengefaßt,**
4. die Glieder werden **durch den Koeffizienten von x dividiert.**

Gleichung: $24x - (14 + 15x) + (28 - 6x) = 20$

Lösungsweg:

1. Auflösen der Klammern:	$24x$	$-$	14	$-$	$15x$	$+$	$28 - 6x$	$= 20$
2. Ordnen:			$24x$	$-$	$15x$	$-$	$6x$	$= 20 + 14 - 28$
3. Zusammenfassen:							$3x$	$= 6$
4. Dividieren:							x	$= 2$

Probe:

Wir setzen den errechneten **Wert x in die Gleichung** ein.

$$48 - (14 + 30) + (28 - 12) = 20$$
$$48 - 44 + 16 = 20$$
$$20 = 20$$

Übungsaufgabe 474

a) $x + 3 = 8$ b) $x - 5 = 4$ c) $13 + x = 18$ d) $18 - x = 12$
e) $24 = x + 14$ f) $18 = x - 7$ g) $20 = 8 + x$ h) $27 = 35 - x$
i) $x + 2{,}3 = 6{,}5$ k) $x - 3{,}6 = 5{,}2$ l) $4{,}5 + x = 8{,}2$ m) $8{,}7 - x = 3{,}5$
n) $5{,}2 = x + 1{,}4$ o) $9{,}6 = x - 3{,}4$ p) $7{,}2 = 3{,}5 + x$ q) $12{,}4 = 17{,}5 - x$
r) $x + 12\frac{1}{2} = 16$ s) $x - 2\frac{3}{4} = 6\frac{1}{2}$ t) $5\frac{1}{2} + x = 9\frac{3}{4}$ u) $8\frac{1}{4} - x = 4\frac{1}{2}$
v) $8\frac{3}{4} = x + 2\frac{1}{2}$ w) $12\frac{1}{2} = x - 2\frac{2}{3}$ x) $15\frac{2}{3} = 12\frac{3}{4} + x$ y) $16\frac{1}{2} = 23\frac{3}{4} - x$

Übungsaufgabe 475

a) $5x + 3x = 16$ b) $6x - 2x = 12$ c) $5x = 3x + 8$ d) $4x = 7x - 12$
e) $3x + 2{,}8 = 17{,}8$ f) $6x - 5{,}3 = 12{,}7$ g) $4x + 2\frac{1}{2} = 14\frac{1}{2}$ h) $5x - 3\frac{3}{4} = 11\frac{1}{4}$
i) $3x \cdot 8 = 72$ k) $\frac{15x}{6} = 10$ l) $40 = 5x \cdot 2$ m) $5 = \frac{5x}{7}$

Übungsaufgabe 476

a) $4x - 7x + 3 + 5x = 13$ b) $8x + 3x - 5x - 2x = 12\frac{1}{2}$
c) $5x + 3 - 2x = 9 + x$ d) $4x + 7x - 3 = 8x + 6$
e) $5x + 12 + 3x = 4x + 18 + 2x$ f) $9x - 18 - 4x = 5x - 10 - 2x$

Übungsaufgabe 477

a) $16 + (4x + 6) = 40 - (5x - 9)$ b) $24 - (14 + x) = (x + 3) - 7$
c) $5(x - 6) + 12 = 4(x + 3) - 18$ d) $3(x + 4) - 3 = 4(x - 3) + 6$
e) $4x + 5(x - 4) = 6(x - 2) + 4$
f) $5x - 3(x - 4) = 6(x - 5) + 3(x - 5) + 15$
g) $8x - 3(12 - 4x) = 5(5x - 9) - 21$
h) $8(2x + 3) - 12(3x - 4) = 34 - 3(18 - x)$

Übungsaufgabe 478

a) $\frac{4x - 82}{9} + \frac{2x - 8}{5} = 18$ b) $\frac{12x + 14}{7} - \frac{10x + 6}{8} = 6$

c) $\frac{x - 8}{2} + \frac{5x - 6}{4} = \frac{3x + 6}{3}$ d) $\frac{(3 + 11x) \cdot 4}{9} = \frac{7x + 75}{6}$

fernmeldelehrling.de

Übungsaufgabe 479

a) $5(x-4)-3(5-2x)=4(x+3)-2(4-3x)-3(3x+5)+6$
b) $6(5x+4)-5(3-2x)-45=8(3x+5)-4(6-5x)-72$
c) $5(4x-5)+5(6+3x)-36=65+5(4x-6)+3(8-5x)$
d) $(x+2)\cdot(3x+2)=(x+2)\cdot(3x+4)-12$
e) $(x+1)\cdot(2x-2)=(2x-3)\cdot(x+4)$
f) $3(x+2)\cdot(x+4)-30=(3x+1)\cdot(x+4)$

Übungsaufgabe 480

a) $12x+[9x-(4x+24)-16]=14x-[12-(6x-5)+8x]-8$
b) $15x-[12-(15-4x)+(6x-8)]=10x-[18-(5x-14)]+3$
c) $4(3x-2)-2[3(4x-1)+2x+5]=3[5x+3-4(3x-2)]+18$

F. Algebraische Aufgaben

Zahlenrätsel

481. Eine Zahl um 15 vermehrt ist gleich dem 3fachen von 9.
482. Das 3fache und das 4fache einer Zahl ergeben zusammen 63.
483. Das 8fache einer Zahl ist um 12 größer als das 5fache.
484. Das 5fache einer Zahl mit 15 multipliziert ergibt 675.
485. Das 6fache einer Zahl durch 5 dividiert ergibt 12.
486. Addiere zu einer Zahl 4, so erhältst du das 4fache der Zahl.
487. Subtrahiere von einer Zahl 8, so erhältst du $^1/_5$ der Zahl.
488. Der 4. Teil einer Zahl ist um 6 kleiner als der 3. Teil der Zahl.
489. Der 4. Teil einer Zahl ist um 8 größer als der 5. Teil der Zahl.
490. Vermehre eine Zahl um ihr 6faches und um ihr 8faches und füge noch 36 hinzu, so erhältst du 126.
491. Das 5fache einer Zahl durch 6 dividiert ist gleich dem 4fachen der Zahl vermindert um 38.
492. Das 7fache einer Zahl um 11 vermehrt ergibt das 10fache der Zahl um 13 verringert.
493. Addiert man zu einer Zahl das 3-, 4- und 5fache, so erhält man 78.
494. Addiert man zu einer Zahl $^1/_3$, $^1/_4$ und $^1/_5$ der Zahl, so erhält man 107.
495. Eine Zahl ist um 3 größer als eine zweite Zahl. Addiert man das 5fache der ersten Zahl und das 3fache der zweiten Zahl, so erhält man 79. Wie heißen die beiden Zahlen?
496. Eine Zahl ist um 8 kleiner als eine zweite Zahl. Subtrahiert man das 2fache der zweiten Zahl vom 4fachen der ersten Zahl, so erhält man 64. Wie heißen die beiden Zahlen?
497. Das um 3 vermehrte 4fache einer Zahl mit 5 multipliziert ist gleich dem um 24 verminderten 33fachen.
498. Die Summe dreier Zahlen, von denen die zweite um 11 größer und die dritte um 15 kleiner ist als die erste, beträgt 65. Wie heißen die drei Zahlen?
499. Subtrahiere vom 3fachen einer Zahl 5 und multipliziere die Differenz mit 4; vom Ergebnis subtrahiere 18 und addiere 26, so erhältst du 288.
500. Addiere zu einer Zahl 2 und multipliziere die Summe mit 3, subtrahiere hiervon 4, multipliziere die Differenz mit 5 und addiere 8, so erhältst du 108.

501. Kurt ist 8 Jahre alt; in 4 Jahren wird sein Vater 4mal so alt sein wie er. Wie alt ist heute der Vater?
502. Ein Vater ist 45 Jahre alt; vor 5 Jahren war er doppelt so alt wie sein Sohn Heinz. Wie alt ist Heinz?
503. Peter ist $7^1/_2$ Jahre alt; in 5 Jahren wird sein Bruder Paul 3mal so alt sein wie Peter heute ist. Wie alt ist Paul?
504. Erna ist $2^1/_2$mal so alt wie Edith, und Edith ist 15 Jahre jünger als Erna. Wie alt sind beide?
505. Eine Mutter, die 20 Jahre älter ist als ihre Tochter, ist nach 8 Jahren doppelt so alt wie diese. Wie alt ist die Tochter?
506. Ein 40jähriger Vater hat einen 12jährigen Sohn. Nach wieviel Jahren ist der Vater doppelt so alt wie der Sohn?
507. Ein Vater, der 3mal so alt ist wie sein Sohn, war vor 8 Jahren 5mal so alt wie dieser. Wie alt ist der Sohn?
508. In wieviel Jahren wird ein Vater, der heute 4mal so alt ist wie sein 10jähriger Sohn, 3mal so alt sein wie dieser?
509. Ein Vater ist 37 Jahre, seine beiden Jungen sind 10 und 12 Jahre alt. Nach wieviel Jahren sind die 2 Brüder zusammen so alt wie der Vater?
510. Ein Vater ist 45 Jahre, sein Sohn 16 Jahre, seine Tochter 10 Jahre alt. Vor wieviel Jahren war das Alter des Vaters 25 Jahre mehr als das der beiden Kinder zusammen?

Verteilungsrechnung

511. Teile 1 350 DM so unter 3 Personen, daß die zweite doppelt soviel wie die erste und die dritte 450 DM erhält. Wieviel erhalten die beiden anderen?
512. Vier Personen teilen 3 600 DM. B erhält doppelt soviel wie A, C erhält 3mal soviel wie B, D erhält soviel wie A und B zusammen. Wieviel erhält jeder?
513. Unter vier Personen sollen 3 400 DM so aufgeteilt werden, daß jeder folgende 300 DM mehr bekommt als der vorhergehende. Wieviel erhält jeder?
514. Teile 2 500 DM so unter drei Personen, daß die erste 50 DM mehr und die dritte 100 DM weniger erhält als die zweite. Wieviel erhält jeder?
515. Teile nun die 2 500 DM so unter die drei Personen, daß die zweite 300 DM weniger als die erste und die dritte 100 DM mehr als die zweite erhält. Wieviel erhält jeder?
516. Vier Freunde spielten gemeinsam in der Lotterie. Der erste hatte $^1/_8$, der zweite $^1/_4$, der dritte $^1/_2$ und der vierte den Rest des Lospreises bezahlt. Vom Gewinn erhielt der vierte Freund 3 600 DM. a) Wieviel betrug der ganze Gewinn? b) Wieviel erhielt jeder?
517. In einer 3klassigen Schule sind in der ersten Klasse 4 Schüler weniger als $^1/_3$, in der zweiten 9 Schüler mehr als $^1/_4$, in der dritten 3 Schüler weniger als $^2/_5$ der Gesamtschülerzahl. a) Wieviel beträgt die Gesamtschülerzahl? b) Wieviel Schüler sind in jeder Klasse?
518. Vier Kaufleute erwerben gemeinsam ein Unternehmen für 100 000 DM. A zahlt $^1/_3$ vom Anteil des C, D zahlt 10 000 DM mehr als C und B zahlt die Hälfte vom Anteil des D. Wieviel zahlt jeder?
519. A, B und C erben 12 000 DM. B erhält 1 200 DM weniger als den 3fachen Anteil des A, und C erhält 3 600 DM mehr als $^1/_3$ des Anteils von B. Wieviel erhält jeder?

fernmeldelehrling.de

520. Von einer Erbschaft von 36 000 DM erhält die verheiratete Tochter 3 000 DM mehr als den halben Anteil des Sohnes, und die unverheiratete Tochter erhält 3 000 DM weniger als das 2fache der verheirateten Tochter. Wieviel erhält jeder?

Mischungsrechnung

521. Ein Händler mischt 6 kg Tee, 1 kg zu 42 DM, mit 4 kg einer zweiten Sorte. 1 kg der Mischung kostet nun 44,40 DM. Wie teuer ist 1 kg der zweiten Sorte?

522. Ein Händler mischt 20 kg Kaffee, 1 kg zu 30 DM, mit einer zweiten Sorte, die 36 DM pro kg kostet. Wieviel kg der zweiten Sorte muß er nehmen, wenn 1 kg der Mischung 32,25 DM kosten soll?

523. Ein Zigarrenhändler mischt zwei Sorten Tabak, 1. Sorte 45 DM, 2. Sorte 38 DM je kg, insgesamt 10 kg. Die Mischung kostet nun 408 DM. Wieviel kg nahm er von jeder Tabaksorte?

524. Ein Händler will 50 kg Mischkaffee herstellen, der 33,44 DM je kg kosten soll. Er nimmt dazu eine billige Sorte zu 32 DM und eine bessere zu 36 DM je kg. Wieviel kg muß er von jeder Sorte nehmen?

525. Ein Weinhändler hat 100 l Wein, 1 l zu 3,80 DM. Um den Wein für 3 DM verkaufen zu können, mischt er einen billigeren Wein, 1 l für 2,60 DM, hinzu. Wieviel Liter billigen Wein muß er hinzufügen?

526. Ein Weinhändler mischt 2 Weine, einen zu 2,80 DM und einen zu 1,20 DM je Liter. Nun hat er 500 l, das Liter zu 1,76 DM. Wieviel Liter muß er von jedem Wein nehmen?

527. Ein Händler will 100 l Spiritus, der je Liter 72 Pf kostet, so mit Wasser verdünnen, daß 1 Liter nur noch 60 Pf kostet. Wieviel Liter Wasser muß er hinzuschütten?

528. Ein Händler schüttet in Spiritus, der je Liter 65 Pf kostet, 30 Liter Wasser. Nun kostet der Spiritus nur noch 52 Pf. Wieviel Liter Spiritus waren es anfangs?

Prozentrechnung

529. Ein Kapital, das bisher mit 5½% verzinst war, wird nun mit 6% verzinst. Die Mehrzinsen betragen 75 DM. Wie groß war das Kapital?

530. A hat 2 Kapitalien ausgeliehen, das erste zu 8%, das zweite zu 6%. Die Zinsen, die bei beiden gleich sind, betragen zusammen 1 488 DM. Wie groß sind die beiden Kapitalien?

531. Ein Gläubiger hat die Hälfte seines Kapitals zu 5%, ⅓ zu 5½% und ⅙ zu 6% ausgeliehen. Die Jahreszinsen betragen 1 920 DM. Wie groß ist das Kapital?

532. A hatte zwei Hypotheken ausgeliehen; die erste betrug 16 000 DM und wurde mit 7½% verzinst, die zweite 18 000 DM und brachte im Jahr die gleichen Zinsen. Wieviel betrug der Prozentsatz der 2. Hypothek?

533. B hat 42 000 DM als 2 Hypotheken ausgeliehen, von denen die erste mit 6½% und die zweite mit 7½% verzinst wird. Die jährlichen Zinsen betragen insgesamt 2 910 DM. Wie groß ist jede Hypothek?

534. C hat 27 000 DM als zwei Hypotheken ausgeliehen, von denen die erste mit 6½%, die zweite mit 6⅔% verzinst wird. Die erste Hypothek bringt 175 DM mehr Zinsen als die zweite. Wie groß ist jede Hypothek?

Gewinn- und Verlustrechnung

535. A verkauft seine Ware mit 15% Gewinn, das sind 180 DM. Wieviel beträgt der Selbstkostenpreis?

536. B muß seine Ware mit 6⅔% Verlust verkaufen, das sind 240 DM. Wieviel beträgt der Selbstkostenpreis?

537. A verkauft seine Ware mit 18% Gewinn für 2 832 DM. Wieviel beträgt der Gewinn?

538. B muß seine Ware mit 12½% Verlust für 5 040 DM verkaufen. Wieviel beträgt der Verlust?

539. Ein Autohändler verkauft seinen PKW mit 15% Gewinn für 9 200 DM. Wieviel % hätte er verdient, wenn er den Wagen für 8 960 DM verkauft hätte?

540. Jemand kauft ein Auto und handelt vom Kaufpreis 6% ab. Er zahlt dann um so viel weniger als 5 820 DM, als er vorher mehr als 5 820 DM zahlen sollte. Wieviel war für das Auto gefordert?

Bewegungsaufgaben

541. Ein Radfahrer, der in der Stunde 15 km zurücklegt, fährt von Duisburg nach Köln (63 km). Ein zweiter Radfahrer, der in der Stunde 13 km zurücklegt, fährt ihm von Köln aus entgegen. Beide Radfahrer fahren zu gleicher Zeit ab. Nach wieviel Stunden treffen sie sich?

542. Ein Schnelldampfer der „Köln—Düsseldorfer" fährt um 9.15 Uhr in Mainz ab und ist um 18.15 Uhr in Köln (198 km). Ebenfalls um 9.15 Uhr fährt ein D-Zug von Köln ab und ist fahrplanmäßig um 12.15 Uhr in Mainz. Um wieviel Uhr fahren Dampfer und Zug aneinander vorbei?

543. Ein Personenzug mit einer Stundengeschwindigkeit von 48 km fährt um 6.30 Uhr von Dortmund nach Köln (120) km), ein D-Zug fährt um 7.20 Uhr von Köln nach Dortmund. Die beiden Züge begegnen sich um 8.00 Uhr. Wieviel Stundengeschwindigkeit hat der D-Zug?

544. Ein Wanderer, der in der Stunde 5 km zurücklegt, verläßt morgens um 6 Uhr die Jugendherberge. Um 8.30 Uhr fährt ihm ein Radfahrer, der in der Stunde 15 km zurücklegt, nach. Nach wieviel Stunden hat der Radfahrer den Wanderer eingeholt?

545. Ein Auto mit einer Stundengeschwindigkeit von 48 km fährt um 9 Uhr ab Köln in Richtung Frankfurt (Main). Um 9.30 Uhr fährt ihm ein zweites Auto mit einer Stundengeschwindigkeit von 60 km nach. Nach wieviel Stunden und in welcher Entfernung von Köln holt das zweite Auto das erste ein?

546. Ein Radfahrer, der in der Stunde 12 km zurücklegt, fährt von Düsseldorf nach Koblenz (132 km); ein Motorradfahrer, der ihm nach 7½ Stunden nachfährt, holt ihn nach 2 Stunden ein. a) Wieviel km waren es noch bis Koblenz, als der Motorradfahrer den Radfahrer einholte? b) Welche Stundengeschwindigkeit hatte der Motorradfahrer?

Verschiedenes

547. Ein Sammler tauschte 18 Freimarken gegen 3 seltene und nochmals 24 Freimarken gegen 4 seltene ein; er besaß dann noch 125 Stück. Wieviel Marken besaß er vor dem Tausch?

548. Karl verteilt seine Äpfel: er gibt Günter die Hälfte, Dieter ein Drittel, und nun besitzt er selbst noch 8 Stück. Wieviel besaß er vorher?

549. Eine Münzensammlung hat ¼ Kupfer-, ⅔ Silber- und 29 Goldmünzen. Wieviel Münzen hat die Sammlung?

fernmeldelehrling.de

550. Ein Huhn, eine Ente und eine Gans kosten insgesamt 44 DM. Die Ente kostet 4 DM mehr als das Huhn, die Gans kostet doppelt soviel wie die Ente. Wieviel kostet jedes Tier?

551. Ein Huhn, eine Ente und eine Gans wiegen insgesamt 10 kg. Das Huhn wiegt halb soviel wie die Ente, die Gans wiegt 4mal soviel wie das Huhn abzüglich ½ kg. Wieviel wiegt jedes Tier?

552. Zwei Brüder haben zusammen 114 DM. Der erste gibt dem zweiten 10 DM, und nun hat der zweite doppelt soviel wie der erste. Wieviel Geld hatte vorher jeder?

553. Drei Jungen kauften gemeinsam einen Fußball für 30 DM. Der erste hatte 2 DM weniger als das 1½fache des zweiten und dieser 4 DM weniger als der dritte. Wieviel Geld hatte jeder Junge?

554. A kauft 25 Flaschen Wein für 68 DM. Der Rheinwein kostet 2,80 DM, der Moselwein 2,60 DM pro Flasche. Wieviel Flaschen von jeder Sorte kaufte er?

555. B bezieht 30 Flaschen Weißwein und 20 Flaschen Rotwein zum Preise von 115 DM. Eine Flasche Weißwein kostet 0,50 DM mehr als eine Flasche Rotwein. Wieviel kostet eine Flasche von jeder Sorte?

556. C bezieht 15 Flaschen Weißwein und 10 Flaschen Rotwein zum Preise von 54 DM. 1 Flasche Weißwein und 1 Flasche Rotwein kosten zusammen 4,20 DM. Wieviel kostet eine Flasche von jeder Sorte?

557. Ein Jäger schoß Feldhühner und Hasen, im ganzen 28 Stück. Die erlegten Tiere hatten zusammen 72 Beine. Wieviel Feldhühner und wieviel Hasen waren es?

558. Ein Lichtspieltheater faßt 480 Personen. Der 2. Platz faßt 3mal soviel wie der 1. und der 3. doppelt soviel wie die beiden anderen Plätze zusammen. Wieviel Personen faßt jeder Platz?

559. In einem Autobus sitzen 47 Personen, und zwar 2 Kinder mehr als Frauen und 1½mal soviel Männer wie Kinder. Wieviel Männer, Frauen und Kinder sitzen in dem Autobus?

560. An einem Belegschaftsausflug nahmen Männer, Frauen und Kinder teil, und zwar 2 Männer mehr als Frauen und doppelt soviel Kinder wie Männer und Frauen zusammen. Für jeden Mann wurden von der Firma 10 DM, für jede Frau 8 DM, für jedes Kind 5 DM gestiftet, insgesamt 458 DM. Wieviel Männer, Frauen und Kinder nahmen an dem Ausflug teil?

G. Aufgaben aus der Fernmeldetechnik

Setze die in den folgenden Aufgaben gegebenen Zahlen jeweils in die zugehörige Gleichung ein! Berechne die gesuchten Größen durch Auflösen der Gleichung!

I. Die Gleichung zur Berechnung der Stromstärke in einem einfachen elektrischen Stromkreis lautet:

$$I = \frac{U}{R}$$

I = Stromstärke in Ampere = A
U = Spannung in Volt = V
R = Widerstand in Ohm = Ω

561. Welche Spannung liegt an einem Stromkreis mit einem Widerstand von 75 Ω, durch den ein Strom von 0,8 A fließt?

562. Welche Spannung ist erforderlich, damit durch einen Widerstand von 32 K Ω (Kilo-Ohm) ein Strom von 7,5 mA (Milli-Ampere) fließt?

563. Welchen Widerstand besitzt ein Stromkreis, in dem bei einer angelegten Spannung von 60 V ein Strom von 0,48 A fließt?

564. Wie groß ist der Widerstand eines Relais, wenn bei einer angelegten Spannung von 120 V ein Strom von 16 mA fließt?

II. Die Gleichung zur Berechnung des elektrischen Widerstandes eines Leiters lautet:

$$R = \frac{l \cdot \varrho}{F}$$

R = Widerstand in Ohm = Ω
l = Länge in Metern = m
ϱ = spez. Widerstand
F = Querschnitt in qmm = mm²

565. Wie lang ist ein Kupferdraht (ϱ = 0,0175), der bei einem Querschnitt von 0,5 mm² einen Widerstand von 210 Ω hat?

566. Wie groß ist der spez. Widerstand eines Leiters von 2 mm² Querschnitt, der eine Länge von 1 000 m und einen Widerstand von 14 Ω hat?

567. Welchen Querschnitt hat ein Eisendraht (ϱ = 0,1) von 6 280 m Länge, wenn sein Widerstand 200 Ω beträgt?

568. Der Vorwiderstand zu einem Spannungsmesser besteht aus Manganindraht (ϱ = 0,4) mit einer Länge von 60 m und einem Widerstand von 2 400 Ω Wie ist der Querschnitt?

III. Die Gleichung zur Berechnung eines Widerstandes bei Temperaturerhöhung lautet:

$$R_t = R_{15} [1 + \alpha (t - 15)]$$

R_t = Widerstand bei einer Temperatur größer als 15° C
R_{15} = Widerstand bei 15° C
t = Temperatur in °C, auf die der Widerstand angestiegen ist
α = Temperaturkoeffizient (Temperaturbeiwert)

569. Der Widerstand einer Spule aus Kupferdraht von 1 000 Ω (α = 0,004) ist nach längerem Stromdurchgang auf 1 140 Ω gestiegen. Auf wieviel ° C ist die Temperatur im Leiter gestiegen?

570. Wie groß ist der Temperaturkoeffizient eines Leiters, wenn sein Widerstand bei einer Temperaturerhöhung von 15° C auf 55° C von 20 Ω auf 22 Ω angestiegen ist?

fernmeldelehrling.de

MASZE, GEWICHTE UND MÜNZEN

Man unterscheidet:

Maße und Gewichte, die auf dem **Meter als Einheit** beruhen **(metrisches Maß- und Gewichtssystem):**

Längenmaße, Flächenmaße, Körpermaße, Hohlmaße und **Gewichte;**

Maße, die nicht auf dem **Meter als Einheit** beruhen:

Zählmaße, Papiermaße, Zeitmaße und **Technische Maße.**

Längenmaße

Die **Einheit der Längenmaße** ist das **Meter.**

1 Meter (1 m) = $^1/_{40\,000\,000}$ des Erdumfangs (40 000 km);
es hat nur **eine Ausdehnung:** die **Länge.**

Kilometer km	Meter m	Dezimeter dm	Zentimeter cm	Millimeter mm
1 km =	**1 000 m**			
1 m =	**10 dm** =	100 cm =	1 000 mm	
	1 dm =	**10 cm** =	100 mm	
		1 cm =	**10 mm**	

Die **Verwandlungszahl** bei Längenmaßen ist **10.**

Außer den vorstehend genannten Längenmaßen ist noch die **Meile** gebräuchlich.

1 Landmeile (deutsche Meile) = 7 500 m
1 Seemeile (international gebräuchlich) = 1 852 m = **1 Knoten**

Flächenmaße

Die **Einheit der Flächenmaße** ist das **Quadratmeter.**

1 Quadratmeter (1 qm = m²) = ein rechtwinkliges Viereck mit 1 m Seitenlänge;
es hat **zwei Ausdehnungen: Länge** und **Breite.**

Quadratkilometer qkm	Hektar ha	Ar a	Quadratmeter qm (m²)
1 qkm =	**100 ha** =	10 000 a =	1 000 000 qm
	1 ha =	**100 a** =	10 000 qm
		1 a =	**100 qm**

Quadratdezimeter qdm (dm²)	Quadratzentimeter qcm (cm²)	Quadratmillimeter qmm (mm²)
1 qm = **100 qdm** =	10 000 qcm =	1 000 000 qmm
1 qdm =	**100 qcm** =	10 000 qmm
	1 qcm =	**100 qmm**

Die **Verwandlungszahl** bei Flächenmaßen ist **100.**

In der Landwirtschaft ist noch ein altes Flächenmaß gebräuchlich: der **Morgen.**
1 Morgen = ca. 25 a, also 1 ha = 4 Morgen.

Körpermaße

Die **Einheit der Körpermaße** ist das **Kubikmeter.**

1 Kubikmeter (1 cbm = m³) = ein Würfel mit 1 m Kantenlänge;
es hat **drei Ausdehnungen: Länge, Breite** und **Höhe.**

Kubikmeter cbm (m³)	Kubikdezimeter cdm (dm³)	Kubikzentimeter ccm (cm³)	Kubikmillimeter cmm (mm³)
1 m³ = **1 000 dm³** =	1 000 000 cm³ =	1 000 000 000 mm³	
1 dm³ =	**1 000 cm³** =	1 000 000 mm³	
	1 cm³ =	**1 000 mm³**	

Die **Verwandlungszahl** bei Körpermaßen ist **1 000.**

In der Forstwirtschaft sind folgende **Raummaße** gebräuchlich:

1 Festmeter (fm), Raummaß für **Langholz**
1 fm = 1 m³ feste, lückenlose Holzmasse

1 Raummeter (rm), Raummaß für **Stapelholz**
1 rm = 1 m³ geschichtetes Holz mit Zwischenräumen

Merke: **1 fm** = etwa **1⅓ rm**
1 rm = etwa **¾ fm**

Hohlmaße

Die **Einheit der Hohlmaße** ist das **Liter.**

Hektoliter hl	Liter l	
		1 hl = 100 l

Die **Verwandlungszahl** bei Hohlmaßen ist **100.**

Das **Raummaß für Schiffe** heißt **Registertonne.**

1 Registertonne (1 RT) = 2,832 m³.
Brutto-Registertonne (BRT) = gesamter Vermessungsraum des Schiffes.
Netto-Registertonne (NRT) = Nutzraum für die Ladung.

Gewichte

Die **Einheit der Gewichte** ist das **Kilogramm.**

1 Kilogramm (1 kg) = Gewicht von 1 l destilliertem Wasser bei +4° Celsius.

Tonne t	Kilogramm kg	Gramm g	Milligramm mg
1 t = **1 000 kg** =	1 000 000 g =	1 000 000 000 mg	
1 kg =	**1 000 g** =	1 000 000 mg	
	1 g =	**1 000 mg**	

Die **Verwandlungszahl** bei Gewichten ist **1 000.**

1 Tonne (t)	=	10 Doppelzentner (dz)	=	20 Zentner (Ztr.)
1 Doppelzentner (dz)	=	100 Kilogramm (kg)	=	200 Pfund (Pfd.)
1 Zentner (Ztr.)	=	50 Kilogramm (kg)	=	100 Pfund (Pfd.)
1 Pfund (Pfd.)	=	½ Kilogramm (kg)	=	500 Gramm (g)

Merke: Zentner und **Pfund** sind amtlich nicht mehr gebräuchlich.

Zusammenhang zwischen Körpermaßen, Hohlmaßen und Gewichten:

1 cdm faßt 1 l Wasser, und dieses wiegt (bei + 4° Celsius) 1 kg.
Also: **1 cdm = 1 l = 1 kg.**

fernmeldelehrling.de

Zählmaße

Die im Handel gebräuchlichen **Zählmaße** sind: **Gros, Dutzend, Schock, Mandel** und **Stück.**

Schreibfedern z. B. werden mit **Gros** und **Dutzend** verkauft,

Eier werden mit **Schock** und **Mandel** gehandelt.

1 Dutzend (Dtzd.)			=	12 Stück (Stck.),
1 Gros	=	12 Dutzend	=	144 Stück,
1 Schock	=	4 Mandel	=	60 Stück,
1 Mandel			=	15 Stück.

Papiermaße

Die in der Papierindustrie gebräuchlichen **Papiermaße** sind: **Ballen, Ries, Buch, Heft** und **Bogen.**

1 Ballen	=	10 Ries	=	100 Buch	=	1 000 Hefte	=	10 000 Bogen,
		1 Ries	=	10 Buch	=	100 Hefte	=	1 000 Bogen,
				1 Buch	=	10 Hefte	=	100 Bogen,
						1 Heft	=	**10 Bogen.**

Die deutsche Papierindustrie stellt Briefbogen von einheitlicher (genormter) Größe her, die das **Kennzeichen DIN** tragen.

DIN hieß ursprünglich: **D**eutsche **I**ndustrie **N**orm; heute gedeutet als: **D**as **i**st **N**orm.

Die gebräuchlichsten **Papiergrößen im DIN-Format** sind:

DIN A 4	=	210 × 297 mm	=	Briefblatt (Aktenbogen),
DIN A 5	=	148 × 210 mm	=	Halbbriefblatt (für kurze Mitteilungen),
DIN A 6	=	105 × 148 mm	=	Kleinbriefblatt (Postkarte).

Zeitmaße

1 Sonnenjahr	=	365¼ Tage (genau: 365 Tage, 5 Stunden, 48 Minuten, 48 Sekunden), d. i. der Zeitabschnitt, in dem die Erde einmal die Sonne umkreist.
1 Schaltjahr	=	366 Tage; der überschießende Vierteltag wird in jedem 4. Jahr am 29. Februar als Schalttag angefügt. Schaltjahre sind die Jahre, deren Jahreszahl durch 4 teilbar ist.
1 Kalenderjahr	=	365 Tage = 12 Monate = 52 Wochen.
1 Vierteljahr	=	3 Monate = 13 Wochen.
1 Monat	=	30, 31 oder 28 Tage.
1 Woche	=	7 Tage.
1 Tag	=	24 Stunden.
1 Stunde (Std.)	=	(Std. auch **h** = hora = Stunde) = 60 Minuten.
1 Minute (Min.)	=	(Min. auch **min**) = 60 Sekunden.
1 Sekunde (Sek.)	=	(Sek. auch **sec, sek**) = kleinste Zeiteinheit.

Technische Maße

1 Meter in der Sekunde	=	1 m/s,	
1 Kilometer in der Stunde	=	1 km/h (von hora = Stunde),	
1 Watt	=	1 W	= Einheit der elektrischen Leistung,
1 Volt	=	1 V	= Einheit der elektrischen Spannung,
1 Ampere	=	1 A	= Einheit der elektrischen Stromstärke,
1 Ohm	=	1 Ω	= Einheit des elektrischen Widerstandes,
1 Kilowatt	=	1 kW	= 1 000 Watt,
1 Kilowattstunde	=	1 kWh	= Einheit für elektrische Arbeit,
1 Kilokalorie	=	1 kcal	= 1 Wärmeeinheit,
1 Wärmeeinheit	=	1 WE	= eine Wärmemenge, die 1 kg Wasser um 1° Celsius (1° C) erwärmt,
1 Atmosphäre	=	1 at atü	= der Druck, den 1 kg auf 1 cm² ausübt, = Atmosphärenüberdruck,
1 Pferdestärke	=	1 PS	= 736 Watt bzw. die Kraft, die 75 kg in der Sekunde 1 m hoch hebt.

Münzen (Währungen)

Deutschland	1 DM	= 100 Pfennige
Belgien	1 Belga	= 5 belg. Francs à 100 Centimes
Dänemark	1 dän. Krone	= 100 Öre
Frankreich	1 Franc	= 100 Centimes
Griechenland	1 Drachme	= 100 Lepta
Großbritannien	1 Pfund Sterling	= 20 Schilling = 240 Pence
Italien	1 Lira	= 100 Centesimi
Jugoslawien	1 Dinar	= 100 Para
Luxemburg	1 lux. Franc	= 100 Centimes
Niederlande	1 holl. Gulden	= 100 Cents
Norwegen	1 norw. Krone	= 100 Öre
Polen	1 Zloty	= 100 Groczy (Groschen)
Portugal	1 Escudo	= 100 Centavos
Rumänien	1 Lei	= 100 Bani
Schweden	1 schwed. Krone	= 100 Öre
Schweiz	1 schw. Franken	= 100 Rappen
Sowjetunion	1 Rubel	= 100 Kopeken
Spanien	1 Peseta	= 100 Centimos
Tschechoslowakei	1 tschech. Krone	= 100 Heller
Türkei	1 türk. Pfund	= 100 Piaster
Ungarn	1 Pengö	= 100 Filler
USA	1 Dollar	= 100 Cents

Übersicht über das metrische Maß- und Gewichtssystem

Längenmaße:	km	(hm)	(Dm)	m	dm	cm	mm	**10**
Flächenmaße:	qkm	ha	a	qm	qdm	qcm	qmm	**100**
Körpermaße:				cbm	cdm	ccm	cmm	**1 000**
Hohlmaße:				hl	l			**100**
Gewichte:				t	kg	g	mg	**1 000**

Anmerkung: Hektometer (1 hm = 100 m) und **Dekameter** (1 Dm = 10 m) gehören eigentlich zu den Längenmaßen, sind aber wenig gebräuchlich.

fernmeldelehrling.de

Sortenverwandlung

Bei **Längen-, Flächen-, Hohl- und Körpermaßen sowie bei Gewichten** kann man **größere Einheiten in kleinere** und umgekehrt **kleinere Einheiten in größere** verwandeln, z. B. 1 m = 100 cm oder 1 000 kg = 1 t.

Man verwandelt eine **größere Einheit** (z. B. m) in eine **kleinere Einheit** (z. B. dm), indem man bei ganzen Zahlen **Nullen anhängt** oder bei Dezimalzahlen das **Komma nach rechts** setzt, und zwar

bei **Längenmaßen** **1, 2 oder 3 Stellen,**

(z. B. 1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm
1,234 m = 12,34 dm = 123,4 cm = 1 234 mm)

bei **Flächen-** und **Hohlmaßen** **2, 4 oder 6 Stellen,**

bei **Körpermaßen** und **Gewichten** **3, 6 oder 9 Stellen.**

Man verwandelt eine **kleinere Einheit** in eine **größere Einheit,** indem man bei ganzen Zahlen **Nullen abstreicht** oder bei Dezimalzahlen das **Komma nach links** setzt, und zwar

bei **Längenmaßen** **1, 2 oder 3 Stellen,**

(z. B. 1 000 mm = 100 cm = 10 dm = 1 m
1 234 mm = 123,4 cm = 12,34 dm = 1,234 m)

bei **Flächen-** und **Hohlmaßen** **2, 4 oder 6 Stellen,**

bei **Körpermaßen** und **Gewichten** **3, 6 oder 9 Stellen.**

Übungsaufgabe 571

a) Verwandle in cm: 17,63 m; 0,4 m; 6,97 dm; 23 km; 0,7 mm.

b) Verwandle in dm: 19 m; 4,8 m; 0,8 m; 4,21 m; 27 km; 0,3 km; 24 km 800 m; 7 km 6 m 5 dm; 8 cm; 65 cm.

c) Verwandle in km: 9 000 m; 675 m; 80,3 m; 1 km 50 m; 3 km 7 m; 16 km 407 m; 53 m; 408 m; 4 m; 1 km 1 m.

d) Verwandle in qdm (qcm, qmm): 4,5 qm; 32 qm; 7,25 qm; 18,04 qm.

e) Verwandle in qm (a, ha): 23 qkm; 18 ha; 4,7 qkm; 900 a; 715,6 a.

f) Verwandle in cdm: 18 cbm; 5,450 cbm; 4,085 cbm; 0,056 cbm.

g) Verwandle in kg: 8,975 t; 41,6 t; 0,045 t; 29,035 t; 0,600 t.

h) Verwandle in kg: 648 g; 6 g; 27 g; 3 725 g; 25 kg 886 g.

i) Verwandle in t: 19 t 465 kg; 805 kg; 5 kg; 17 Ztr.; 8 dz.

k) Verwandle in hl: 6,24 cbm; 516 l; 5 l; 808 cdm; 56 000 ccm.

Angewandte Aufgaben

572. Ein Postkraftwagen fährt mit einer Stundengeschwindigkeit von 85 km. Wieviel m in der Sekunde sind das?

573. Von einem 100-m-Stein bis zum anderen fährt ein Postomnibus 8 Sekunden. Wieviel km fährt der Kom in der Stunde?

574. Der Seeweg Hamburg—New York beträgt 3 050 Seemeilen. Wieviel km sind das?

575. Bei Windstärke 12 (Orkan) beträgt die Geschwindigkeit in der Sekunde ungefähr 30 m. Wieviel km/h sind das?

576. Die Bundesrepublik hat eine Größe von 24 800 000 ha. Wieviel qkm?

577. Ein Bauerngut hat 583 ha Ackerland, 123 a Gartenland, 215,7 ha Wiesen 675,5 ha Wald und 86 a Heide. Berechne die Gesamtfläche!

578. Ein Faß Bier mit 0,99 hl Inhalt wird auf Flaschen (¾ l) gefüllt. Wieviel Flaschen werden benötigt?

579. Eine Wäscherei verbraucht monatlich 425 000 l Wasser. Wieviel kostet das Wasser, wenn 1 hl mit 1,8 Pf berechnet wird?

580. Ein Benzintank faßt 50 000 l. Wie groß ist der Kubikinhalt?

581. Ein Kessel wird mit 300 hl Wasser gefüllt. Wieviel t wiegt das Wasser?

582. Ein 2½-t-Lieferwagen hat bereits 10 dz geladen. Wieviel Sack à 75 kg können noch dazugeladen werden?

583. Ein LKW hat 3,6 t Brikett geladen. Wieviel Stück à 600 g sind das?

fernmeldelehrling.de

LÖSUNGEN

ZU DEN ÜBUNGEN UND AUFGABEN

1. DCCCLXIX
MCCLXXIII
MDCXLVIII
MDCCLXXXIX
MDCCCLXXI
MIM

2. 43 017
402 908
8 009 050
40 807 034

3. 0,4
0,25
0,604
0,023
0,0465
0,00627
0,000009

4. a) 7,37 DM
8,06 hl
3,41 ha
6,12 qm
5,63 DM
4,71 hl
1,76 ha
9,41 qm

b) 3,448 kg
7,204 km
5,744 qm
2,164 t
8,413 kg
6,042 km
4,068 qm
9,238 t

5. a) 6 874
b) 7 828 l
c) 1 172,09 DM
d) 747,156 km

6. a) 66,50 DM
b) 41,374 km
c) 26,854 t
d) 32,37 ha
e) 65,080 cbm

7. 11 965,30 DM

8. 42,525 kg

9. 696,75 DM

10. 1 928,18 DM

11. 2 084,45 DM

12. 15 273,31 DM

13. 238 869,40 DM

14. 108,15 DM

15. a) 46,64 DM
65,740 km
109,95 hl
0,924 kg

b) 2,76 a
8,78 hl
48,386 t
8,424 m³

16. 9 342,25 DM

17. 39 600 000 Einwohner

18. 490,33 DM

19. 312,05 DM

20. 2 410,590 kg

21. 383,27 DM

22. 17 058 l

23. 199,50 DM

24.

926374 · 7361 = 6819039014

63,495 · 7,412 = 470,624940

53,172 · 90,72 = 5157,66384

25. 1 521,25 DM

26. 226,20 DM

27. a) 11,20 DM
b) 67,20 DM
c) 3 494,40 DM

28. 30,24 DM

29. 6,660 km

30. 40 069,980 km

31. 11 397 599 595 DM

32. 204 DM

33. 16,87 DM

34. a) 1 095 t
b) 788 400 DM

35. 724 218 : 2345 = 308
1 958 Rest

724 218
— 1 958
722 260

9 837,362 : 3 065 = 3,209
1 777 Rest

9 837,362
— 1 777
9 835,585

98,425 : 3,14 = 31,3
143 Rest

98,425
— 143
98,282

36. 12,35 DM

37. 26,04 DM

38. 616 km

39. 280 Kunden

40. 250 Tage

41. 140 Einwohner

42. 275 Wagen

43. 2,30 DM

44. 325,60 DM

45. 8 000 Schienen

46. a) 776 Rest 164
b) 2 582 Rest 214
c) 32,144 Rest 352
d) 80,01 Rest 238
e) 3,1375 Rest 479

47. a) $^{7}/_{4}$
$^{26}/_{7}$
$^{49}/_{5}$
$^{99}/_{8}$
$^{142}/_{9}$

b) $1^{3}/_{4}$
$2^{3}/_{5}$
$1^{4}/_{7}$
$2^{5}/_{12}$
$3^{3}/_{15}$

c) $^{6}/_{10}$
$^{10}/_{12}$
$^{14}/_{18}$
$^{8}/_{24}$
$^{30}/_{40}$
$^{9}/_{15}$
$^{15}/_{18}$
$^{21}/_{27}$
$^{12}/_{36}$
$^{45}/_{60}$
$^{12}/_{20}$
$^{20}/_{24}$
$^{28}/_{36}$
$^{16}/_{48}$
$^{60}/_{80}$
$^{15}/_{25}$
$^{25}/_{30}$
$^{35}/_{45}$
$^{20}/_{60}$
$^{75}/_{100}$

d) $^{1}/_{2}$
$^{1}/_{2}$
$^{2}/_{3}$
$^{3}/_{8}$
$^{7}/_{12}$
$^{1}/_{3}$
$^{9}/_{10}$
$^{3}/_{4}$
$^{1}/_{4}$
$^{3}/_{8}$

e) $^{6}/_{12}$
$^{8}/_{12}$
$^{9}/_{12}$
$^{15}/_{24}$
$^{18}/_{24}$
$^{14}/_{24}$
$^{10}/_{20}$
$^{15}/_{20}$
$^{12}/_{20}$
$^{20}/_{30}$
$^{24}/_{30}$
$^{25}/_{30}$
$^{27}/_{36}$
$^{30}/_{36}$
$^{28}/_{36}$

f) 0,5
0,75
0,80
0,625
0,35
0,12
0,18
0,024
0,055
0,052

g) $^{7}/_{10}$
$^{25}/_{100}$
$^{80}/_{100}$
$^{625}/_{1000}$
$^{875}/_{1000}$

48. 6
2
3
12
24

49. 108
120
240
6 300
7 560

50. a) $2^{1}/_{4}$
$1^{1}/_{5}$
33
$18^{4}/_{5}$

b) $1^{5}/_{12}$
$1^{11}/_{20}$
$1^{11}/_{18}$
$1^{1}/_{60}$
$1^{17}/_{36}$

c) $3^{1}/_{20}$
$1^{29}/_{36}$
$3^{11}/_{18}$

d) $28^{1}/_{4}$
$31^{19}/_{30}$
$35^{17}/_{20}$
$19^{11}/_{12}$

e) $36^{11}/_{20}$
$128^{19}/_{36}$

f) $427^{163}/_{180}$

51. $8^{5}/_{12}$ Dutzend

52. 65½ Jahre

53. $3^{7}/_{20}$ m

54. 36 m

55. $44^{3}/_{4}$ kg

56. 262,50 DM

57. $626^{1}/_{12}$ Stunden

58. $87^{49}/_{120}$ ha

59. a) $4^{1}/_{6}$
$8^{3}/_{20}$
$6^{1}/_{4}$
$7^{11}/_{20}$
$9^{1}/_{36}$

b) $12^{35}/_{36}$
$37^{7}/_{18}$
$32^{19}/_{28}$
$87^{53}/_{60}$

c) $2^{1}/_{20}$
$1^{5}/_{8}$
$7^{1}/_{15}$
$31^{1}/_{36}$
$87^{1}/_{40}$

60. $5^{11}/_{12}$ Jahre

61. $4^{1}/_{10}$ kg

62. $7^{1}/_{20}$ DM

63. $13^{1}/_{6}$ m/s

64. $^{19}/_{20}$ m

65. $63^{3}/_{4}$ m

66. $16^{29}/_{50}$ km

67. a) $360^{2}/_{5}$ Mill. qkm
b) $210^{4}/_{5}$ Mill. qkm

68. a) $3^{3}/_{4}$
$3^{3}/_{4}$
$3^{1}/_{4}$
$10^{2}/_{5}$
10½

b) $37^{1}/_{2}$
$44^{5}/_{8}$
$141^{1}/_{4}$
$421^{2}/_{3}$
933

c) $^{9}/_{14}$
$^{5}/_{9}$
$^{77}/_{90}$
$^{385}/_{864}$
$^{20}/_{99}$

d) $10^{1}/_{2}$
$39^{16}/_{45}$
$1\,441^{143}/_{168}$

e) $1\,598^{17}/_{140}$
$54\,699^{5}/_{9}$

69. $16^{4}/_{5}$ km

70. A = $63^{3}/_{4}$ DM
B = 51 DM

71. 1 095 Mill. DM

fernmeldelehrling.de

72. 157 m³ Stickstoff
43¾ m³ Sauerstoff
73. 222,75 DM
74. 46 cbm
75. 81 7/20 DM
76. 874 1/20 m³
77. a) 4/35
4/45
7/95
9/148
1/20
b) 19/40
61/96
53/75
7/9
143/192
c) 35/36
5/9
1 17/35
95/112
81/95
d) 2½
2 4/63
1½
3 1/18
1 3/14
78. 50 Flaschen
79. a) 23/240 = 0,096 m³
b) 0,96 hl
80. 48 Tage
81. 15½ Minuten
82. 595 Pakete
83. 32¾ kg
84. 3 Minuten
85. 150 Tage
86. a) 4 5/18
b) 3 3/10
c) 1 3/16
d) 1 2/5
e) 3 1/7
87. 3 DM
88. a) 56,15 DM
b) 58,60 DM
c) 2,45 DM
89. 28,86 DM
90. 5 Stunden
91. 2 115 DM
92. 9 937,20 DM
93. 702 DM
94. 9 807,20 DM
95. 24,41 DM
96. 426,56 DM
97. 1,35 DM
98. 32 Bauplätze
99. 420 + 2 am Anfang der Str. = 422 Bäume
100. 10,2 kg
101. a) 25 Stunden
b) 0,018 DM
c) 6,2 kWh
d) 2,79 DM
102. a) 14 Tage
b) 3 628,80 DM
c) 4 032 DM
103. 25,200 km
104. 8 x hin und zurück
105. 300 000 km
106. 90 qm Wohnfläche
107. 160 Pakete
108. 120 km
109. 4 800 DM
110. 23,2 dz
111. 25 t
112. A = 29,70 DM
B = 22,95 DM
C = 14,85 DM
113. 45 000 Umdrehungen
114. 150 km
115. a) 116,4 l
b) 62,5 l
c) 14,6 l
116. 675 m
117. 8,52 DM
118. a) 243,80 DM
b) 209,00 DM
119. 20 Tage
120. 4 Stunden
121. 11 1/5 Tage
122. 4 1/6 Monate
123. 70 Flaschen
124. 72 km
126. 28 Bretter
127. 12 Stunden
125. 6 Arbeiter
128. 580 Bäume
129. 15 Stunden
130. a) 216 Arbeiter
b) 54 Tage
131. 3 200 Pakete
132. 0,99 DM
133. 2 925 DM
134. 22 2/5 Tage
135. 6 2/3 Tage
136. 10 Lastwagen
137. 12 Tage
138. 80 Arbeiter
139. 6 Lastwagen
140. 9 Arbeiter
141. 7 2/3 Monate
142. 6 2/3 Wochen
143. a) 3,00 DM
4,00 DM
20,00 DM
56,00 DM
124,00 DM
1 250,00 DM
b) 0,08 DM
0,36 DM
2,46 DM
6,50 DM
26,54 DM
486,70 DM
c) 0,06 DM
0,36 DM
8,52 DM
69,50 DM
951,60 DM
2 728,54 DM
0,09 DM
0,54 DM
12,78 DM
104,25 DM
1 427,40 DM
4 092,81 DM
0,15 DM
0,90 DM
21,30 DM
173,75 DM
2 379,00 DM
6 821,35 DM
0,30 DM
1,80 DM
42,60 DM
347,50 DM
4 758,00 DM
13 642,70 DM
0,90 DM

5,40 DM
127,80 DM
1 042,50 DM
14 274,00 DM
40 928,10 DM
d) 0,06 DM
0,24 DM
1,92 DM
37,92 DM
182,04 DM
2 016,60 DM
0,08 DM
0,32 DM
2,56 DM
50,56 DM
242,72 DM
2 688,80 DM
0,09 DM
0,36 DM
2,88 DM
56,88 DM
273,06 DM
3 024,90 DM
e) 0,54 DM
1,26 DM
10,08 DM
91,44 DM
642,96 DM
3 122,64 DM
0,96 DM
2,24 DM
17,92 DM
162,56 DM
1 143,04 DM
5 551,36 DM
1,35 DM
3,15 DM
25,20 DM
228,60 DM
1 607,40 DM
7 806,60 DM
f) 1,50 DM
5,600 kg
0,35 hl
0,480 t
7,090 km
1,230 g
0,047 t
0,123 DM
0,057 hl
0,875 kg
12,347 km
15 DM
56 kg
3,5 hl
4,8 t
70,9 km
12,3 g
0,470 t
1,23 DM
0,57 hl
8,750 kg
123,470 km
g) 50%
33 1/3%
25%
20%
16 2/3%
14 2/7%
12½%
11 1/9%
10%
9 1/11%
8 1/3%
6 2/3%
5%
4%
3 1/3%
2%
1%
h) 4/5
¾
2/3
3/5
½
2/5
1/3
1/4
1/5
1/8
1/10
1/15
1/20
1/25
1/30
1/40
1/50
1/100
144. 60 DM
145. 1 012,50 DM
146. 621 DM
147. 41 kg
148. 240 DM
149. 6 318 DM
150. a) 53,3 Mill. t
b) 28,7 Mill. t
151. a) 4 626 585 ha
b) 2 227 615 ha
152. a) 451 120,64 DM
b) 269 519,36 DM
153. 859,10 DM
154. 6 957,50 DM
155. 9,60 DM
156. 320 DM
157. 28 DM
158. 24 480 DM
159. 2 400 DM
160. 375 DM
161. 340 DM
162. 360 kg
163. 1 850 DM
164. 960 DM
165. 218 880 DM
166. 9,2%
167. 15%
168. 7,3%
169. 6%
170. a) 33,8% Kohle
b) 18,2% Erz
c) 5,8% Eisen
d) 0,9% Holz
171. 1½%
172. 27½%
173. a) 78,5%
b) 11,3%
c) 10,2%
174. 29 400 DM
175. 24 850 DM
176. 8 020 DM
177. 465 800 DM
178. 25 714,29 DM
179. 32 470 Anschlüsse
180. 18,75 DM
181. 62,10 DM
182. 6,75 DM
183. 1 1/4‰
184. a) Postanweisungen
15‰
8‰
2,5‰
1,2‰
0,8‰
0,66‰
0,6‰
0,56‰
0,53‰
0,45‰
0,5‰

fernmeldelehrling.de

b) Zahlkarten
30‰
16‰
5‰
2,8‰
1,8‰
1,46‰
1,3‰

185. 1¾‰

186. 20 000 DM

187. 24 000 DM

188. a) 12 000 DM
b) 4 800 DM

189. 64,825 kg

190. 2,400 kg

191. 80,875 kg

192. 235,20 DM

193. 18 kg

194. 9 1/11 %

195. a) 1 450,40 DM
b) 1 631,70 DM
c) 1 794,87 DM

196. 20 %

197. 45 %

198. 33⅓ %

199. 12½ %

200. 4,80 DM

201. 192 DM

202. 19 650 DM

203. 218,23 DM

204. 209,87 DM

205. 156,54 DM

206. 218,47 DM

207. a) 20 %
b) 25 %
c) 30 %
d) 33⅓ %

208. 5 %

209. 440 DM

210. 28,70 DM

211. a) 36 DM
b) 140 DM
c) 288 DM
d) 1 505 DM
e) 9 DM
f) 6,39 DM
g) 8,55 DM
h) 131,93 DM
i) 1,17 DM
k) 5,87 DM
l) 2,34 DM
m) 3,29 DM

212. 17,83 DM

213. 1 292,71 DM

214. 156,25 DM

215. 455 DM

216. 357,03 DM

217. 67,11 DM

218. 2 634,38 DM

219. A = 21 712,17 DM
B = 19 050,42 DM
C = 17 249,92 DM

220. 269,40 DM

221. 714,96 DM

222. 1 193,70 DM

223. 1 845,25 DM

224. a) 3⅓ %
b) 6⅔ %
c) 4½ %
d) 4 %
e) 3½ %
f) 5½ %

225. 12½ %

226. a) 3¾ %
b) 4½ %
c) 7 %

227. 4 %

228. 4½ %

229. 35 %

230. 7½ %

231. 3½ %

232. 3¾ %

233. 3 %

234. 2½ %

235. 3 %

236. 2 %

237. a) 7 200 DM
b) 400 DM
c) 72 DM
d) 720 DM
e) 795 DM
f) 918 DM

238. 8 000 DM

239. 14 000 DM

240. 14 400 DM

241. 7 200 DM

242. 16 800 DM

243. 22 500 DM

244. 432 DM

245. 320 DM

246. a) 2 Jahre
b) 2½ Jahre
c) 8 Monate
d) 9 Monate
e) 72 Tage
f) 45 Tage

247. 1 Monat, 18 Tage

248. 8 Jahre, 4 Monate

249. 2 Jahre, 6 Monate

250. 2 Jahre, 6 Monate

251. 124 Tage

252. am 13. März

253. am 22. Mai

254. am 2. Januar

255. a) 8 : 9
b) 3 : 1
c) 12 : 11
d) 9 : 10
e) 18 : 17
f) 7 : 8 : 120

256. 44 : 24 : 19 : 15 : 8 : 6

257. 134 : 74 : 57 : 25 : 24 : 18

258. 4 : 7 : 13 : 19 : 83

259. a) 216 : 288 : 360
b) 240 : 160 : 80
c) 11 : 5 : 8
d) 30 : 60 : 120
e) 12 : 36 : 77
f) 5 : 10 : 20 : 40

260. A = 76,80 DM
B = 67,20 DM
C = 96,00 DM

261. A = 120 DM
B = 180 DM
C = 260 DM

262. A = 82 100 DM
B = 164 200 DM
C = 246 300 DM

263. A = 982,50 DM
B = 491,25 DM
C = 393,00 DM
D = 98,25 DM

264. A = 1 710 DM
B = 1 368 DM
C = 342 DM

265. A = 24 420 DM
B = 28 490 DM
C = 32 560 DM
D = 36 630 DM

266. 14 400 DM

267. A = 6 400 DM
B = 6 400 DM
C = 11 600 DM
D = 20 600 DM

268. 49 Schüler

269. 5 594,20 DM

270. 16,60 DM

271. 1,62 DM

272. 13,70 DM

273. 31 DM

274. 0,27 DM

275. 2,07 DM

276. 4,61 DM

277. 10 %

278. 6,67 DM

279. 4 : 7

280. 2 : 1; 10 kg

281. a) 32 l
b) 28,8 l

282. 45 %

283. 62½ %

284. 1,85 DM

285. 83⅓ %

286. 4 %

287. 15 l

288. 5 : 7

289. 2,60 DM

290. 33,6 kg Kupfer
14,4 kg Zink

291. 21 675 kg Kupfer
3 825 kg Zinn

292. 78 g Kupfer
24 g Zinn
18 g Nickel

293. 800 Feingehalt

294. 52 g

295. 120 g

296. 4,68 g

297. 65,81 DM

298. 7,169 g

299. 251,10 DM

300. 12,5 g

301. a) 0,52 m
0,04 m
2,08 m
0,012 m
0,60 m
0,038 m
b) 0,405 km
0,080 km
0,005 km
7,250 km
6,075 km
9,003 km

302. a) 50 000 qcm
14 536 qcm
5 000 qcm
300 qcm
525 qcm
b) 0,5326 qm
0,0080 qm
252 qm
52 000 qm
570 000 qm
c) 25,50 a
0,85 a
0,08 a
37 500 a
25 a
d) 4,50 ha
0,26 ha
0,05 ha
0,2350 ha
5,0550 ha
e) 2,50 ha
25 000 qm
f) 585 a
58 500 qm
g) 759,45 a
7,5945 ha
h) 5 541 740 qm

303. 24,68 DM

304. 158,63 DM

305. 262,12 qm

306. 64 Quadrate

307. 3 168,75 DM

308. 202,50 DM

309. 1,58 qm

310. 36,75 qm

311. 144 Fliesen

312. 75 Wagen

313. a) 768 m
b) 34 928 qm

314. 26,3 m

315. 82,4 m

316. 401,32 qm

317. 10 339 DM

318. 244,80 DM

319. 4 408,88 DM

320. 212,90 DM

321. 36,075 dz

322. 850,84 qm

323. 114,89 DM

324. 418,52 DM

325. 398,52 qcm

326. 27,6 cm

327. 28,4 cm

328. 23,30 dz

329. 569,49 qm

330. 36 m

331. 260 m

332. 355,27 DM

333. 6 626,39 DM

334. 46,4 dz

335. 75,31 m

336. 83,84 m

337. 810 DM

338. 7 752 Ziegel

339. 64 m

340. 1 091,33 DM

341. 536,97 qm

342. 15 m

343. 320,49 DM

344. 4 339,56 DM

345. 20,43 qm

346. 3 150 Ziegel

347. a) 72,67 qm
b) 109,77 qm
c) 203,98 qm

348. 120,70 qm

349. a) 31,83 qm
b) 206,90 DM

350. 8,48 m

351. 2,20 m

352. 12 m

353. 2,73 m

354. 0,65 m

fernmeldelehrling.de

355. a) 81,64 cm
b) 68,45 cm
c) 55,26 cm
d) 42,08 cm

356. 10,30 m

357. 544,40 DM

358. 5,72 qm

359. 0,26 qm

360. 415,27 qm

361. 20,41 cm

362. 25,12 cm

363. 2 426,72 qcm

364. 8,46 qm

365. 469,40 qm

366. 914,05 qm

367. a) 2,16 qm
b) 3,91 DM

368. 251,20 qcm

369. 219,80 m

370. 1 384,74 qcm

371. 16 622,41 qm

372. 15,57 qm

373. a) 362,8 Steine
b) 163,3 Karren

374. 22
26
27
29
32
38
56
83
94
97

375. a) 179
391
456
834
978
b) 2 008
2 744
2 812
3 206
6 018
c) 7 568
8 090
27 943
387 594

376. a) 60,8
9,04
21,4
8,75
98,66
b) 0,453
0,915
0,123
0,0456

377. a) 2,24
2,83
4,80
6,24
9,43
11,66
58,79
67,36
80,47
b) 2,87
26,95
0,05
2,02
0,46

378. 0,71
0,87
0,89
1,87
1,94
2,10
1,83
2,37
4,83

379. 29 m

380. 136 m

381. 27 m

382. 6 cm

383. 28 cm

384. 113,04 m

385. 37 cm

386. 15 cm

387. 12,86 m

388. a) 45,25 m
b) 2 048 qm

389. 31,76 m

390. 7,42 m

391. a) 271,88 qm
b) 193,20 qm
c) 127,50 qm

392. a) 184,96 m
b) 277,44 qcm

393. 39 cm

394. 4,23 qm

395. 45,16 DM

396. 84,38 DM

397. a) 13 824 ccm
b) 1 953,125 ccm
c) 0,000 729 ccm

398. 14,71 cbm

399. a) 42,135 m^2
b) 18,610 m^3

400. 512 Würfel

401. 20,250 m^3

402. 19 683 cm^3

403. a) 5 000 ccm
600 ccm
3 400 ccm
800 ccm
3 500 ccm
b) 24,5 l
8,75 l
0,84 l
0,2 l
0,076 l
c) 7,5 cbm
12,5 cbm
23 cbm
0,9 cbm
1,575 cbm
d) 2,500 cbm
6,470 cbm
0,780 cbm
0,056 cbm
0,008 cbm
e) 80 hl
38,75 hl
8,25 hl
7,5 hl
35 hl
f) 30 kg
75 kg
600 kg
3 740 kg
0,750 kg
g) 5 000 g
375 000 g
2 800 g
750 g
4 600 g
h) 900 kg
375 kg
60 kg
75 kg
80 kg
i) 5 000 kg
850 000 kg
925 000 kg
2 300 kg
500 kg
k) 8 cbm
6,5 cbm
0,7 cbm
0,75 cbm
3,5 cbm

404. 20 l

405. 54 l

406. 91,13 l

407. 373,248 kg

408. 55,25 l

409. 1 kg Wasser
13,5 kg Quecksilber
0,990 kg Wein
0,710 kg Benzin

410. 99 kg Wein
103 kg Meerwasser
78 kg Petroleum
80 kg Alkohol

411. 700 kg Eichenholz
700 kg Buchenholz
500 kg Tannenholz

412. 1,382 kg Marmor
3,840 kg Eisen

413. 178,125 kg

414. 309,658 kg

415. 117,551 kg

416. 59 Marmorwürfel

417. 11,3 ccm

418. 11,4

419. a) 11 250 qcm
b) 14 002 qcm
c) 103,2 cdm
d) 258 kg

420. a) 1 526,44 m^2
b) 3 260,40 m^3

421. 413,438 m^3

422. 1 915,296 m^3

423. 975 Fuhren

424. a) 1 081 qm
b) 1 950 ccm
c) 2,925 kg
d) 512,8 Steine

425. 2 144,63 DM

426. 1 071 cbm

427. 0,65 m

428. 0,75 m

429. a) 1 846,32 qcm
b) 2 154,04 qcm
c) 6 462,12 ccm

430. 195,16 DM

431. 152,88 DM

432. 1,186 t

433. 39,107 t

434. 3 Std., 55 Min., 30. Sek.

435. a) 77,89 DM
b) 6,094 cbm
c) 213,27 DM

436. 300,686 kg

437. 1,80 m

438. 1,50 m

439. 576 qcm

440. 2 304 qcm

441. 3 024 ccm

442. 510 DM

443. 1 955 kg

444. 36 cm

445. 576 qcm

446. 0,85 m

447. a) M = 602,88 qcm
O = 803,84 qcm
b) M = 471 qcm
O = 584,04 qcm

448. 7 234,56 ccm

449. 427,08 qm

450. 2 360,46 DM

451. a) 278,60 DM
b) 1 002,947 kg

452. 1,40 m

453. 9 231,6 ccm

454. a) 1. 2 461,76 qcm
2. 4 069,44 qcm
3. 803,84 qcm
b) 1. 11 488,213 ccm
2. 24 416,640 ccm
3. 2 143,570 ccm

455. 13,786 kg
63,483 kg
24,437 kg

456. 4 069,44 qcm

457. 203,76 l

458. 644,328 g

459. 2 298,98 DM

460. 1,764 kg

461. a) 6
9
11
12
b) 0
1
3
6
c) 5
15
25
30
d) 2
5
9
12
e) 5
f) 1
g) 15
h) 2
i) 24
k) 17,2
l) 9
m) 9

462. a) 24
b) 176
c) 60
d) 4

463. a) 25a
b) 30x
c) 31a + 40b
d) 28x ÷ 33y
e) 39a + 47b + 46c
f) 56x + 97y + 71z
g) 9,2a + 13,7b + 13,4c
h) $16^1/_4x + 7^1/_4y + 11^1/_4z$

464. a) 2a
b) 4b
c) 4a — 19b
d) 5x — 39y
e) 8m
f) 7o
g) 7,5a — 18,2b
h) $3^1/_4x - 14^1/_4y$

465. a) 4a
b) 17x
c) 2a — 4b
d) 5x — 10y
e) 9r + 4s + t
f) 8,9x + 5,7y + 9,2z
g) $13^1/_4a + 9^3/_4b + 5^1/_4c$

466. a) 95
b) 30,3
c) $9^1/_4$
d) 19a + 42
e) 5b + 7

fernmeldelehrling.de

f) $20x + 5$
g) $5y - 5$
h) $30a + 20b$
i) $33x + 24y$
k) $9a - 12b$
l) $16x - 28y$
m) $51a - 18b$
n) $9x + 17y$
o) $15a + 14b$
p) $45x - 23y$
q) $6a + 7b$
r) $17x + y + 15z$
s) $4^{1}/_{4}x + 1^{3}/_{4}y$
t) $2{,}1r + 3{,}1s + 9{,}5t$
u) $2a + 5b + 3c$
v) $37a + 31b + 2c$
w) $11{,}5x + 105y + 36{,}2z$
x) $9x + 1^{1}/_{2}y$

467. a) 27
b) 152
c) 34
d) $23^{1}/_{3}$
e) $3x + 3y$
f) $5a + 5b$
g) $6r + 6s$
h) $4u + 4v$
i) $20x + 15y$
k) $21a + 14b$
l) $6{,}9r + 4{,}2s$
m) $22^{1}/_{2}u + 17^{1}/_{2}v$
n) $12xz + 4yz$
o) $20ac + 12bc$
p) $6{,}4rt + 9{,}2st$
q) $4^{1}/_{2}uw + 6^{3}/_{4}vw$

468. a) 15
b) 54
c) 11,6
d) $5^{5}/_{12}$
e) $6x - 6y$
f) $8a - 8b$
g) $7r - 7s$
h) $6u - 6v$
i) $25x - 20y$
k) $24a - 20b$
l) $12{,}8r - 9{,}6s$
m) $16^{2}/_{3}su - 11^{1}/_{4}v$
n) $12xz - 8yz$
o) $15ac - 12bc$
p) $3{,}9rt - 7{,}5st$
q) $7^{1}/_{2}uw - 9^{3}/_{4}vw$

469. a) $5x - 5y + 5z$
b) $6a + 6b - 6c$
c) $20x + 16y - 12z$
d) $20a - 15b + 30c$
e) $18xr - 15yr + 12zr$
f) $12ad + 16bd - 20cd$
g) $12{,}9xs + 6{,}9ys - 9{,}6zs$
h) $6{,}4ae - 4{,}8be + 8{,}6ce$
i) $16^{2}/_{3}xt - 12^{1}/_{2}yt + 16^{1}/_{4}zt$
k) $10^{1}/_{2}af + 6^{3}/_{4}bf - 7^{1}/_{2}cf$
l) $24xm + 28ym - 16zm + 12sm$
m) $21ar - 12br + 15cr - 9dr$
n) $25xn - 20yn + 15zn - 10sn$
o) $16ap + 20bp - 12cp + 8dp$

470. a) $56xz + 28xt + 48yz + 24yt$
b) $15ac - 6ad + 20bc - 8bd$
c) $20xz + 15xt - 8yz - 6yt$
d) $24ac - 18ad - 12bc + 9bd$
e) $27ac + 7ad - 9bc - 24bd$
f) $24ln + 30lo - 31mn - 3mo$

471. a) 9
b) 5
c) 1,5
d) $2^{1}/_{6}$
e) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4}$
f) $\frac{a}{3} + \frac{b}{3}$
g) $\frac{r}{2} + \frac{s}{2}$
h) $\frac{u}{5} + \frac{v}{5}$
i) $3x + 5y$
k) $2a + b$
l) $0{,}6r + 0{,}4s$
m) $1^{1}/_{2}u + {}^{3}/_{4}v$
n) $6x - 5y$
o) $3 + 4b$
p) $7r + 3$
q) $20u$

472. a) 3
b) 3
c) 0,6
d) $^{1}/_{4}$
e) $\frac{x}{3} - \frac{y}{3}$
f) $\frac{a}{4} - \frac{b}{4}$
g) $\frac{r}{5} - \frac{s}{5}$
h) $\frac{u}{6} - \frac{v}{6}$
i) $2x - 4y$
k) $3a - 2b$
l) $0{,}5r - 0{,}2s$
m) $1^{1}/_{8}u - {}^{5}/_{6}v$
n) $5 - 3y$
o) $4c - \frac{3bc}{a}$
p) $3r - 2$
q) $7u - 5$

473. a) 3
b) 5
c) $2x - 3y + z$
d) $2a + 3b - 4c$
e) $a - b + c$
f) $a + b - c$
g) $4a - 3c + 2b$
h) $5a + 4c - 3b$
i) $4b - 5a + 3b$
k) $7b + 4a - 3b$

474. a) 5
b) 9
c) 5
d) 6
e) 10
f) 25
g) 12
h) 8
i) 4,2
k) 8,8
l) 3,7
m) 5,2
n) 3,8
o) 13
p) 3,7
q) 5,1
r) $3^{1}/_{2}$
s) $9^{1}/_{4}$
t) $4^{1}/_{4}$
u) $3^{3}/_{4}$
v) $6^{1}/_{4}$
w) $15^{1}/_{6}$

x) $2^{11}/_{12}$
y) $7^{1}/_{4}$

475. a) 2
b) 3
c) 4
d) 4
e) 5
f) 3
g) 3
h) 3
i) 3
k) 4
l) 4
m) 7

476. a) 5
b) $3^{1}/_{8}$
c) 3
d) 3
e) 3
f) 4

477. a) 3
b) 7
c) 12
d) 15
e) 4
f) 6
g) 6
h) 4

478. a) 34
b) 7
c) 10
d) 3

479. a) 3
b) 5
c) 3
d) 4
e) 2
f) 2

480. a) 3
b) 4
c) $12^{3}/_{5}$

481. $x + 15 = 9 \cdot 3$
$x = \mathbf{12}$

482. $3x + 4x = 63$
$x = \mathbf{9}$

483. $8x - 12 = 5x$
$x = \mathbf{4}$

484. $5x \cdot 15 = 675$
$x = \mathbf{9}$

485. $\frac{6x}{5} = 12$
$x = \mathbf{10}$

486. $x + 4 = 4x$
$x = \mathbf{1^{1}/_{3}}$

487. $x - 8 = \frac{x}{8}$
$x = \mathbf{9^{1}/_{7}}$

488. $\frac{x}{4} + 6 = \frac{x}{3}$
$x = \mathbf{72}$

489. $\frac{x}{4} - 8 = \frac{x}{5}$
$x = \mathbf{160}$

490. $x + 6x + 8x + 36 = 126$
$x = \mathbf{6}$

491. $\frac{5x}{6} = 4x - 38$
$x = \mathbf{12}$

492. $7x + 11 = 10x - 13$
$x = \mathbf{8}$

493. $x + 3x + 4x + 5x = 78$
$x = \mathbf{6}$

494. $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 107$
$x = \mathbf{60}$

495. $5\ (x + 3) + 3x = 79$
$x = \mathbf{8}$ (11)

496. $4\ (x - 8) - 2x = 64$
$x = \mathbf{48}$ (40)

497. $(4x + 3) \cdot 5 = 33x - 24$
$x = \mathbf{3}$

498. $x + (x + 11) + (x - 15) = 65$
$x = \mathbf{23}$

499. $(3x - 5) \cdot 4 - 18 + 26 = 288$
$x = \mathbf{25}$

500. $[\ (x + 2) \cdot 3 - 4] \cdot 5 + 8 = 108$
$x = \mathbf{6}$

501. $x + 4 = (8 + 4) \cdot 4$
$x = \mathbf{44}$

502. $(x - 5) \cdot 2 = 45 - 5$
$x = \mathbf{25}$

503. $x + 5 = 7^{1}/_{2} \cdot 3$
$x = \mathbf{17^{1}/_{2}}$

504. $2^{1}/_{2}x = x + 15$
$x = \mathbf{10}$

fernmeldelehrling.de

505. $(x + 8) \cdot 2 = x + 20 + 8$
$x = \mathbf{12}$

506. $40 + x = (12 + x) \cdot 2$
$x = \mathbf{5}$

507. $3x - 8 = (x - 8) \cdot 5$
$x = \mathbf{16}$

508. $40 + x = (10 + x) \cdot 3$
$x = \mathbf{5}$

509. $37 + x = (10 + x) + (12 + x)$
$x = \mathbf{15}$

510. $(45 - x) = (16 - x) + (10 - x) + 25$
$x = \mathbf{6}$

511. $x + 2x + 450 = 1\,350$
$x = \mathbf{300}$ (600; 450)

512. $x + 2x + 6x + (x + 2x) = 3\,600$
$x = \mathbf{300}$ (600; 1 800; 900)

513. $x + (x + 300) + (x + 600) \cdot (x + 900) = 3\,400$
$x = \mathbf{400}$ (700; 1 000; 1 300)

514. $(x + 50) + x + (x - 100) = 2\,500$
$x = \mathbf{850}$ (900; 750)

515. $x + (x - 300) + (x - 300 + 100) = 2\,500$
$x = \mathbf{1\,000}$ (700; 800)

516. $\frac{x}{8} + \frac{x}{4} + \frac{x}{2} + 3\,600 = x$
$x = \mathbf{28\,800}$ (3 600; 7 200; 14 400; 3 600)

517. $\frac{x}{3} - 4 + \frac{1}{4} + 9 + \frac{2x}{5} - 3 = x$
$x = \mathbf{120}$ (36; 39; 45)

518. $\frac{x}{3} + \frac{x + 10\,000}{2} + x + x + 10\,000 = 100\,000$
$x = \mathbf{30\,000}$ (10 000; 40 000; 20 000)

519. $x + (3x - 1\,200) + \frac{(3x - 1\,200)}{3} + 3\,600 = 12\,000$
$x = \mathbf{2\,000}$ (4 800; 5 200)

520. $x + \left(\frac{x}{2} + 3\,000\right) + \left(\frac{x}{2} + 3\,000\right) \cdot 2 - 3\,000 = 36\,000$
$x = \mathbf{12\,000}$ (9 000; 15 000)

521. $(6 \cdot 42) + 4x = 44{,}40 \cdot 10$
$x = \mathbf{48}$

522. $(20 \cdot 30) + 36x = (20 + x) \cdot 32{,}25$
$x = \mathbf{12}$

523. $45x + (10 - x) \cdot 38 = 408$
$x = \mathbf{4}$ (6)

524. $32x + (50 - x) \cdot 36 = 33{,}44 \cdot 50$
$x = \mathbf{32}$ (18)

525. $(100 \cdot 3{,}8) + (x \cdot 2{,}6) = (100 + x) \cdot 3$
$x = \mathbf{200}$

526. $2{,}8x + (500 - x) \cdot 1{,}2 = 1{,}76 \cdot 500$
$x = \mathbf{175}$ (325)

527. $(100 + x) \cdot 60 = 100 \cdot 72$
$x = \mathbf{20}$

528. $65x = (x + 30) \cdot 52$
$x = \mathbf{120}$

529. $x = \frac{75 \cdot 100 \cdot 2}{1}$
$x = \mathbf{15\,000}$

530. $x = \frac{744 \cdot 100}{8}$ $\quad y = \frac{744 \cdot 100}{6}$
$x = \mathbf{9\,300}$ $\quad y = \mathbf{12\,400}$

531. $\left(\frac{x}{2} \cdot 5 + \frac{x}{3} \cdot 5{,}5 + \frac{x}{6} \cdot 6\right) : 100 = 1\,920$
$x = \mathbf{36\,000}$

532. $\frac{16\,000 \cdot 15}{100 \cdot 2} = \frac{18\,000 \cdot x}{100}$
$x = \mathbf{6^2/_3}$

533. $\frac{(x \cdot 6{,}5)}{100} + \frac{(42\,000 - x) \cdot 7{,}5}{100} = 2\,910$
$x = \mathbf{24\,000}$ (18 000)

534. $\frac{x \cdot 13}{100 \cdot 2} - 175 = \frac{(27\,000 - x) \cdot 20}{100 \cdot 3}$
$x = \mathbf{15\,000}$ (12 000)

535. $\frac{x \cdot 15}{100} = 180$
$x = \mathbf{1\,200}$

536. $\frac{x \cdot 20}{100 \cdot 3} = 240$
$x = \mathbf{3\,600}$

537. $\frac{x \cdot 118}{100} = 2\,832$
$x = \mathbf{2\,400}$ **432 DM** Gewinn

538. $\frac{x \cdot 87\frac{1}{2}}{100} = 5\,040$
$x = \mathbf{5\,760}$ **720 DM** Verlust

539. $\frac{x \cdot 115}{100} = 9\,200$ $\quad y = \frac{960 \cdot 100}{8\,000}$
$x = \mathbf{8\,000}$ $\quad y = \mathbf{12\%}$

540. $\frac{x \cdot 97}{100} = 5\,820$
$x = \mathbf{6\,000}$

541. $15x + 13x = 63$
$x = \mathbf{2^1/_4}$

542. $\frac{198x}{9} + \frac{198x}{3} = 198$
$x = \mathbf{2^1/_4}$ **Std.** (11^{30} Uhr)

543. $\frac{3}{2} \cdot 48 + x \cdot \frac{2}{3} = 120$
$x = \mathbf{72}$

544. $(2\frac{1}{2} + x) \cdot 5 = x \cdot 15$
$x = \mathbf{1^1/_4}$

545. $48x = \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 60$
$x = \mathbf{2\frac{1}{2}}$ **Std.**

$\left(\frac{1}{2} + x\right) \cdot 48 = 60x$
$x = \mathbf{2}$
$2 \cdot 60 = \mathbf{120}$ **km**

546. $(7\frac{1}{2} \cdot 12) + (2 \cdot 12) + x = 132$
a) $x = \mathbf{18}$ **km** b) **57 km/h**

547. $x - 18 + 3 - 24 + 4 = 125$
$x = \mathbf{160}$

548. $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 8$
$x = \mathbf{48}$

fernmeldelehrling.de

549. $x = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}x + 29$

$x = \mathbf{348}$

550. $x + (x + 4) + 2(x + 4) = 44$

$x = \mathbf{8}$ (12; 24)

551. $x + 2x + 4x - \frac{1}{2} = 10$

$x = \mathbf{1\frac{1}{2}}$ (3; 5½)

552. $(x - 10) + 2(x - 10) = 114$

$x = \mathbf{48}$ (66)

553. $1\frac{1}{2}(x - 4) - 2 + (x - 4) + x = 30$

$x = \mathbf{12}$ (10; 8)

554. $(25 - x) \cdot 2{,}8 + x \cdot 2{,}6 = 68$

$x = \mathbf{10}$ (15)

555. $30(x + 0{,}50) + 20x = 115$

$x = \mathbf{2}$ (2,50)

556. $15x + 10(4{,}20 - x) = 54$

$x = \mathbf{2{,}40}$ (1,80)

557. $(28 - x) \cdot 2 + 4x = 72$

$x = \mathbf{8}$ (20)

558. $x + 3x + 2(x + 3x) = 480$

$x = \mathbf{40}$ (120; 320)

559. $x + (x + 2) + 1\frac{1}{2}(x + 2) = 47$

$x = \mathbf{12}$ (14 — 21)

560. $8x + (x + 2) \cdot 10 + [2(x + x + 2)] \cdot 5 = 458$

$x = \mathbf{11}$ (13; 48)

561. $U = I \cdot R$

$U = \mathbf{60\ V}$

562. $U = I \cdot R$

$U = \mathbf{240\ V}$

563. $R = \frac{U}{I}$

$R = \mathbf{125\ \Omega}$

564. $R = \frac{U}{I}$

$R = \mathbf{7\,500\ \Omega}$

565. $I = \frac{R \cdot F}{\varrho}$

$I = \mathbf{6\,000\ m}$

566. $\varrho = \frac{R \cdot F}{I}$

$\varrho = \mathbf{0{,}028}$ (Alum.)

567. $F = \frac{I \cdot \varrho}{R}$

$F = \mathbf{3{,}14\ mm^2}$

568. $F = \frac{I \cdot \varrho}{R}$

$F = \mathbf{0{,}01\ mm^2}$

569. $R_t = R_{15}[1 + \alpha \cdot (t - 15)]$

$R_t = \mathbf{50°\ C}$

570. $R_t = R_{15}[1 + \alpha \cdot (t - 15)]$

$R_t = \mathbf{0{,}0025}$

571.

a)	1 763 cm	40 cm	69,7 cm	2 300 000 cm	0,07 cm
b)	190 dm 3 000 dm	48 dm 248 000 dm	8 dm 70 065 dm	42,1 dm 0,8 dm	270 000 dm 6,5 dm
c)	9 km 16,407 km	0,675 km 0,053 km	0,0803 km 0,408 km	1,050 km 0,004 km	3,007 km 1,001 km
d)	450 qdm 45 000 qcm 4 500 000 qmm	3 200 qdm 320 000 qcm 32 000 000 qmm	725 qdm 72 500 qcm 7 250 000 qmm	1 804 qdm 180 400 qcm 18 040 000 qmm	

e)	23 000 000 qm 230 000 a 2 300 ha	180 000 qm 1 800 a 18 ha	4 700 000 qm 47 000 a 470 ha	90 000 qm 900 a 9 ha	71 560 qm 715,6 a 7,156 ha
f)	18 000 cdm	5 450 cdm	4 085 cdm	56 cdm	
g)	8 975 kg	41 600 kg	45 kg	29 035 kg	600 kg
h)	0,648 kg	0,006 kg	0,027 kg	3,725 kg	25,886 kg
i)	19,465 t	0,805 t	0,005 t	0,850 t	0,800 t
k)	62,40 hl	5,16 hl	0,05 hl	8,08 hl	0,56 hl

572. 23,6 m/s

573. 45 km/h

574. 5 648,600 km

575. 108 km/h

576. 248 000 qkm

577. 1 476,29 ha

578. 132 Flaschen

579. 76,50 DM

580. 50 m^3

581. 30 t

582. 20 Sack

583. 6 000 Stück

fernmeldelehrling.de

PRÜFUNGSAUFGABEN

fernmeldelehrling.de

Welche Rechenaufgaben sind bei Prüfungen und Eignungsfeststellungen bei der DBP zu lösen?

I. Postdienst

1. Prüfung für den einfachen Postdienst

Nach der Prüfungsordnung hat der Prüfling unter Aufsicht u. a.

5 Rechenaufgaben zu lösen.

Für die Bearbeitung der 5 Rechenaufgaben steht ihm — zusammen mit 5 Postgebührenberechnungen — 1 Stunde Zeit zur Verfügung. Wir empfehlen Ihnen daher, so lange zu üben, bis Sie die 5 Rechenaufgaben in etwa 20 Minuten lösen können.

Aufgaben

1. 22 219 + 7 434 — 17 411 + 47 006 — 52 979 =
2. $4^5/_6 + 5^2/_3 - 5\frac{1}{2} =$
3. 4 173,8 : 17 =
4. Schreiben Sie folgende Brüche als Dezimalzahlen nieder:
   $8^7/_{100}$ $69^3/_{10}$ $5\frac{3}{4}$ $121^2/_{1\,000}$ $17\frac{1}{2}$
5. Wieviel Zinsen bringen 600 DM zu 3% in 8 Monaten?

Aufgaben

1. 52 009 × 9,89 =
2. $2^2/_3 + 4^5/_6 + 5^3/_4 =$
3. Ein Landzusteller legt in einer Stunde $4^4/_5$ km zurück. Wieviel km legt er in $3\frac{1}{2}$ Stunden zurück?
4. 281,756 : 0,21 =
5. Wieviel kosten $2^3/_5$ m Stoff, wenn $3\frac{1}{2}$ m 35 DM kosten?

Aufgaben

1. 25,10 DM + 65 Pf + 7,99 DM — 18,79 DM + 12 Pf — 2,14 DM =
2. 23,6 × 489,67 =
3. $6^4/_{11} + 7^8/_{11} + 4^7/_{11} + {}^2/_{11} =$
4. Wieviel Zinsen bringt ein Kapital von 1 935 DM in 3 Jahren bei einem Zinsfuß von $3\frac{1}{2}$%?
5. Ein Postfacharbeiter verlädt in 4 Minuten 72 Pakete. Wieviel verlädt er in 20 Minuten?

fernmeldelehrling.de

2. Eignungsfeststellung vor der Zulassung zur Aufstiegsprüfung für den mittleren Postdienst

Vor der Zulassung zur Prüfung muß sich die Beschäftigungs-OPD vergewissern, ob der Beamte ausreichende Allgemeinkenntnisse für die Laufbahn BP besitzt. Zu diesem Zwecke läßt sie u. a. unter Aufsicht folgende Arbeit schreiben:

10 Rechenaufgaben in den vier Grundrechnungsarten
(einschl. Bruch-, Dreisatz- und Zinsrechnung).

Sie werden damit rechnen können, daß Ihnen eine Bearbeitungszeit von etwa 60 bis 90 Minuten zur Verfügung steht.

Aufgaben

1. 7,348 kg + 17 t + 600 kg + 0,60 t + 502 kg =
2. In einem Faß waren 2,7 hl Wein. Hiervon werden 25,4 l, 12,8 l, 16,3 l und 10,2 l auf Flaschen gefüllt. Wieviel Liter befinden sich noch in dem Faß?
3. A bekommt 15 Ztr. und B 12 Ztr. Kohlen; ein Ztr. kostet 4½ DM. Wieviel hat jeder zu zahlen?
4. Von seinem monatlichen Einkommen in Höhe von 425 DM gibt Z 22 v. H. für Miete und 3 v. H. für Licht und Gas aus. Wieviel DM hat er dann noch übrig?
5. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{11}{12} + \frac{13}{18} =$
6. Zum Auswerfen eines Grabens werden von 33 Arbeitern bei 12stündiger täglicher Arbeitszeit 15 Tage benötigt. Wieviel Tage braucht dieselbe Anzahl Arbeiter bei täglich 10stündiger Arbeitszeit?
7. Wieviel Zinsen bringen 2 460 DM zu 5½% in einem Jahr?
8. 391,392 : 1,728 =
9. K, L und M teilen 320 DM unter sich auf. Ihre Anteile verhalten sich wie 4 : 5 : 7. Wieviel erhält jeder?
10. 13,7 × 25,96 =

Aufgaben

1. 197,984 : 5,38 =
2. 123,75 + 676,1099 — 436,64 + 2 743,374 — 840,10 + 3,7084 — 2 307,0058 + 3 312,44 =
3. $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} - \frac{1}{4} - \frac{3}{8} =$
4. $\frac{5}{7} : \frac{3}{4} : \frac{3}{5} =$
5. In einem Faß befinden sich 3,9 hl Wein. Hiervon werden 23,9 l auf Flaschen und 37,3 l in eine Kanne gefüllt; 6,5 cdm werden an Ort und Stelle getrunken. Beim Einfüllen in die erwähnten Behältnisse sind 800 ccm verschüttet worden. Wieviel Wein befindet sich noch im Faß?
6. A kauft für sich $\frac{3}{4}$ kg und für einen Kollegen $1\frac{1}{4}$ kg Äpfel. Das kg kostet 0,80 DM. Einem anderen Kollegen bringt er $1\frac{1}{8}$ kg Weintrauben mit, das kg zu 1,50 DM. Wieviel hat A im ganzen zu zahlen?
7. 12,321 × 92,4 × 0,52 =
8. 50 Apfelsinen erhält man für 4,50 DM; einzeln kosten sie 0,10 DM. Wieviel v. H. beträgt der Aufschlag je Stück?

9. Ein Hausbesitzer hat eine Mieteinnahme von 1 450 DM im Jahr. Von dieser Einnahme sind jährlich 15 v. H. an Abgaben abzuführen. Von dem verbleibenden Betrag muß er jährlich noch Zinsen für eine Hypothek in Höhe von 2 800 DM zu 4½% zahlen. Wieviel verbleiben dem Hausbesitzer **monatlich?**
10. D hat ein Kapital zu 7½ % ausgeliehen; er erhält monatlich 7,50 DM Zinsen. Wie groß ist das Kapital?

3. Prüfung für den mittleren weiblichen Dienst (Postscheck-, Postsparkassen- und Bürodienst)

Nach der Prüfungsordnung hat der Prüfling unter Aufsicht u. a. auch

rechnerische Arbeiten zu fertigen.

Hierbei kann es sich neben dem Lösen von Gebührenaufgaben, dem Aufstellen von Abschlüssen oder Abrechnungen sowie dem Vorbereiten von Rechnungsbelegen zur Feststellung auch um das Lösen von Rechenaufgaben handeln. Insgesamt werden hierfür 4 Stunden Zeit gewährt. Für das Lösen nachstehender Rechenaufgaben stände Ihnen etwa eine Zeit von 2 Stunden zur Verfügung.

Aufgaben

1. 17,4 km + 5 m — 6,48 km — 6 m =
2. 380,26 × 0,132 =
3. 2,448 : 0,12 =
4. $3\frac{1}{6} + 2\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} =$
5. $5\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2} =$
6. $3\frac{3}{5} : 2\frac{1}{5} =$
7. Die Gehälter der Beamten wurden um 6% erhöht. Bei der PAssn E. macht das 18 DM aus. Wie groß ist das neue Gehalt?
8. 4 PAng spielen ein Lotterielos in Achteln. K und M spielen je $\frac{2}{8}$, P spielt $\frac{3}{8}$ und T $\frac{1}{8}$. Auf das Los fällt ein Gewinn von 24 000 DM. Wieviel bekommt jede?
9. Wie hoch belaufen sich die Zinsen von 300 DM zu 5% in 7 Monaten?
10. Ein Postsparbuch weist ein Guthaben von 800 DM aus. Zum Jahresende werden 28 DM Zinsen gutgebucht. Wie hoch verzinst sich das Kapital?

Aufgaben

1. 65 cm + 156 km — $47\frac{1}{5}$ m + 3,6 km — $115\frac{1}{2}$ km + 2,78 m =
2. $\frac{1}{4} + 0{,}5 + \frac{2}{5} + 4{,}26 + \frac{1}{2} + 0{,}07 =$
3. $5{,}25 + (1\frac{2}{5} + \frac{5}{6}) =$
4. Die Zahl der Buchungen im Postscheckdienst ist von 120 000 Stück auf 112 800 Stück zurückgegangen. Wieviel v. H. beträgt der Rückgang?
5. 24 kg Kaffee werden in Päckchen zu je ¾ kg aufgeteilt. Wieviel Päckchen ergibt dies?
6. Ein Beamter gibt 18% seines Einkommens für Miete aus; es verbleiben ihm dann noch 295,20 DM. Wie groß ist
   a) das Gehalt,
   b) die Miete?

fernmeldelehrling.de

7. Ein Kaufmann verdient an einer Ware 792 DM. Wie hoch ist der Einkaufspreis, wenn 12 v. H. als Verdienst gerechnet werden?
8. Zu welchem Zinsfuß ist ein Kapital von 800 DM ausgeliehen, wenn es in 7 Jahren 504 DM Zinsen bringt?
9. Ein Arbeiter verdient in 6 Tagen 75,60 DM. Wieviel Tage muß er arbeiten, um 756 DM zu verdienen?
10. Von einer Dienstwohnung entfällt auf das Wohnzimmer $^1/_4$, auf das Schlafzimmer $^1/_3$, auf die Kochküche $^1/_{12}$, auf das Kinderzimmer $^1/_6$, auf das Badezimmer $^1/_{20}$ der Gesamtfläche. Der Rest entfällt auf die Diele, die 10,5 qm groß ist.
    a) Wie groß ist der Flächeninhalt der gesamten Wohnung?
    b) Wie groß sind die einzelnen Räume?

II. Fernmeldedienst

Eignungsfeststellung vor der Zulassung zur Prüfung für den mittleren Fernmeldedienst und den mittleren fernmeldetechnischen Dienst

Vor der Zulassung zur Prüfung muß sich die Beschäftigungs-OPD vergewissern, ob der Beamte Allgemeinkenntnisse besitzt, die für die Laufbahn BF (BFt) ausreichen. Zu diesem Zweck läßt sie u. a. unter Aufsicht folgende Arbeit schreiben:

10 Rechenaufgaben in den vier Grundrechnungsarten aus der Bruch-, Dezimalbruch-, Dreisatz- und Prozentrechnung.

Sie werden damit rechnen können, daß Ihnen eine Bearbeitungszeit von etwa 60 bis 90 Minuten zur Verfügung steht.

Aufgaben

1. 14,6 × 3,72 =
2. 241,164 : 3,48 =
3. $6^2/_3 \times 3^1/_9$ =
4. $2^2/_7 : 1^2/_{14}$ =
5. $3^1/_8 + 2^5/_6 - 1^2/_3$ =
6. A leiht sich am 5. Januar 3 600 DM. Wieviel muß er am 5. Oktober zurückzahlen, wenn $3^1/_2$ % Zinsen berechnet werden?
7. X gibt von seinem Einkommen in Höhe von 570 DM monatlich 12 % für Miete sowie 3 % für Licht und Gas aus; wieviel behält er übrig?
8. Für 46,50 DM erhält man 75 m eines Leitungsdrahtes; wieviel kosten 90 m?
9. Es bestanden in der Bundesrepublik 1 554 211 Fernsprechhauptanschlüsse, 1 236 167 amtsberechtigte Nebenanschlüsse und 45 372 Öffentliche Sprechstellen. Wieviel % der Gesamtzahl machten die Öffentlichen Sprechstellen aus?
10. 18 Arbeiter werfen einen Kabelgraben in 9 Tagen aus. Wieviel Tage würden 27 Arbeiter dazu benötigen?

Aufgaben

1. 19,3 × 3,675 =
2. 210,9855 : 6,27 =
3. $6^1/_9 \times 8^2/_7$ =

4. $3^1/_3 : 2^1/_6$ =
5. $2^1/_2 - 1{,}6$ =
6. $3^1/_2 + 2^2/_3 - 3^3/_5 + ^1/_8$ =
7. Für 189,63 DM erhält man $75^1/_4$ kg eines Werkstoffes. Wie teuer sind 48 kg?
8. 4 225 DM bringen in $1^3/_4$ Jahren 295,75 DM Zinsen. Zu welchem Zinssatz war das Geld verliehen?
9. 7 Mechaniker setzen bei 8stündiger Arbeit in 3 Tagen insgesamt 504 Geräte instand.
    a) Welche Zeit benötigen 5 Mechaniker, um bei 6stündiger Arbeitszeit die gleiche Anzahl von Geräten instandzusetzen?
    b) Wie viele Mechaniker werden benötigt, wenn in 6 Tagen bei 7stündiger Arbeit 1 134 Geräte fertig werden sollen?
10. A leiht sich am 10. Januar 3 672 DM. Wieviel muß er am 10. April des nächsten Jahres zurückzahlen, wenn 4 % Zinsen berechnet werden?

Aufgaben

1. 15,8 × 17,83 =
2. 197,984 : 5,38 =
3. $5^1/_3 : 2^6/_9$ =
4. $7^1/_4 \times 3^2/_9$ =
5. $3^3/_4 - 1{,}3$ =
6. $7^1/_2 + 3^2/_3 - 2^3/_5$ =
7. $37^1/_4$ kg mit Kupfer legiertes Blei sollen — genau berechnet — 46,4135 DM kosten. Wie teuer sind dann 35 kg?
8. Jemand gibt von seinen Ersparnissen in Höhe von 3 210 DM für einen Schrank 15 v. H. und für einen Sessel 5 v. H. aus. Wieviel behält er?
9. Um eine Dampfmaschine $7^1/_2$ Stunden zu betreiben, werden $18^3/_4$ dz Kohle verbraucht. Wie teuer wird das Betreiben der Maschine für 10 Stunden, wenn 1 Ztr. Kohle 5,60 DM kostet?
10. Der TAss D. zahlte bisher 45 DM Miete monatlich. Nach einer Mieterhöhung zahlt er 6 % mehr. Wieviel beträgt die neue Jahresmiete?

Anmerkung

Nach der Prüfungsordnung für den mittleren weiblichen Dienst (**Fernsprechdienst** und **Telegraphendienst**) sind von den PAng, die sich zur Ablegung der Prüfung in diesen Dienstzweigen gemeldet haben, keine reinen Rechenaufgaben zu lösen, sondern Fragen über Gebührenberechnungen und Gebührenfestsetzungen im Fernsprechdienst zu beantworten bzw. Gebühren für In- und Auslandstelegramme zu berechnen.

Allgemeine Rechenkenntnisse werden hierbei vorausgesetzt.

fernmeldelehrling.de

Lösungen zu den Prüfungsaufgaben

Bei Prüfungen und Eignungsfeststellungen müssen Sie beachten, daß es bei den Lösungen der Rechenaufgaben nicht genügt, nur das Ergebnis niederzuschreiben; **es muß der gesamte Gang der Ausrechnung klar erkennbar sein.**

I. Postdienst

1. Prüfung für den einfachen Postdienst

Seite 149

1. 6 269
2. 5
3. 245,5
4. 8,07
   69,30
   5,75
   121,002
   17,5
5. 12,— DM

1. 514 369,01
2. $13^{1}/_{9}$
3. $16^{4}/_{5}$ km oder 16,8 km
4. 1 341,69
5. 26 DM

1. 12,93 DM
2. 11 556,212
3. $18^{10}/_{11}$
4. 203,18 DM
5. 360 Pakete

2. Eignungsfeststellung vor der Zulassung zur Aufstiegsprüfung für den mittleren Postdienst

Seite 150—151

1. 18 709,348 kg oder 18 t 709 kg 348 g
2. 205,3 Liter
3. A = 67,50 DM
   B = 54,00 DM
4. 318,75 DM
5. $3^{43}/_{72}$
6. 18 Tage
7. 135,30 DM
8. 226,5
9. K = 80 DM
   L = 100 DM
   M = 140 DM
10. 355,652

1. 36,8
2. 3 275,6365
3. $^{71}/_{72}$
4. $1^{37}/_{63}$
5. 321,5 Liter
6. 3,29 DM
7. 591,999408
8. 11,11% oder $11^{1}/_{9}$%
9. 92,21 DM
10. 1 200 DM

3. Prüfung für den mittleren weiblichen Dienst (Postscheck-, Postsparkassen- und Bürodienst)

Seite 151—152

1. 10,919 km
2. 50,19432
3. 20,4
4. $1^{5}/_{6}$
5. $20^{1}/_{8}$
6. $1^{7}/_{11}$
7. 318 DM
8. K = 6 000 DM
   M = 6 000 DM
   P = 9 000 DM
   T = 3 000 DM
9. 8,75 DM
10. 3½% oder 3,5%

1. 44,05623 km
2. 5,98
3. $7^{20}/_{60}$
4. 6%
5. 32 Päckchen
6. a) 360 DM
   b) 64,80 DM
7. 6 600 DM
8. 9%
9. 60 Tage
10. a) 90 qm
    b) Wohnzimmer 22,5 qm
    Schlafzimmer 30,0 qm
    Kinderzimmer 15,0 qm
    Kochküche 7,5 qm
    Badezimmer 4,5 qm

II. Fernmeldedienst

Eignungsfeststellung vor der Zulassung zur Prüfung für den mittleren Fernmeldedienst und den mittleren fernmeldetechnischen Dienst

Seite 152—153

1. 54,312
2. 69,3
3. $20^{20}/_{27}$
4. 2
5. $4^{7}/_{24}$
6. 94,50 DM
7. 484,50 DM
8. 55,80 DM
9. 1,6%
10. 6 Tage

1. 70,9275
2. 33,65
3. $52^{10}/_{21}$
4. $1^{7}/_{13}$
5. 0,9
6. $2^{9}/_{10}$
7. 120,96 DM
8. 4%
9. a) $5^{3}/_{5}$ Tage
   b) 9 Mechaniker
10. 183,60 DM

1. 281,714
2. 36,8
3. 2
4. $23^{13}/_{36}$
5. 2,45 oder $2^{9}/_{20}$
6. $8^{17}/_{30}$
7. 43,61 DM
8. 2 568 DM
9. 280 DM
10. 572,40 DM

fernmeldelehrling.de

NOTIZEN

NOTIZEN

fernmeldelehrling.de

NOTIZEN

„Handbuch für den Postbetriebsdienst"

12 wichtige und preiswerte Lehr- und Lernwerke für die Dienstanfänger des mittleren und gehobenen Postdienstes sowie für die Aufstiegsprüfung BP

Band 1a und 1b — **Allgemeines Prüfungswissen**
Umfang je Band etwa 130 Seiten

Band 2, 3 und 4 — **Der Annahme- und Ausgabedienst**
Umfang je Band etwa 130 Seiten

Band 5 — **Die Sonderdienste**
Postzeitungs-, Rundfunk- und Rentendienst
Umfang 120 Seiten

Band 6 — **Der Zustelldienst**
Umfang etwa 140 Seiten

Band 7 — **Der Postabgangs- und Posteingangsdienst**
Umfang etwa 140 Seiten

Band 8 — **Gebührenvorschriften; Formblattsammlung**
Umfang 156 Seiten und eine Beilage

Band 9 — **Wie fertige ich meine Prüfungsarbeiten?**
Umfang 152 Seiten

Band 10 — **Allgemeine Erdkunde**
Umfang etwa 130 Seiten

Preis 2,— DM je Band

Sonderband — **Postordnung in Frage und Antwort**
Umfang 276 Seiten — **Preis 3,60 DM**

Deutsch und Rechnen

Wichtig zur Vorbereitung auf Eignungsfeststellungen und Prüfungen

Deutsch — **Rechtschreibung - Wortlehre - Satzlehre - Zeichensetzung - Stil- und Aufsatzkunde**
Umfang 112 Seiten — **Preis 1,80 DM**

Rechenlehre — **Rechnen - Raumlehre - Buchstabenrechnen**
Aufgaben mit Lösungen - Anhang: Prüfungsarbeiten
Umfang 152 Seiten — **Preis 2,50 DM**

Deutsche Postgewerkschaft, Verlag GmbH

(16) Frankfurt (Main) - Savignystraße 43

fernmeldelehrling.de

„Handbuch für den gehobenen Dienst"

12 wichtige und preiswerte Bände zur Vorbereitung auf die Prüfungen für den gehobenen Post- und Fernmeldedienst

Band 1a — Allgemeine Rechtskunde
Staats- und Verfassungsrecht

Band 1b — Allgemeine Rechtskunde
Bürgerliches Recht und Strafrecht

Band 1c — Allgemeine Rechtskunde
Grundzüge des gerichtlichen Verfahrens

Band 2a — Die Personalverhältnisse bei der DBP
Bundesbeamtenrecht; Tarifrecht der Angestellten und Arbeiter; das Personalvertretungsgesetz

Band 2b — Die Personalverhältnisse bei der DBP
Personalwirtschaft, Personalstatistik, Laufbahnen, Sozialwesen

Band 3a und 3b — Finanzwesen der DBP
Haushaltswesen, Vermögensverwaltung, Kassen- u. Rechnungswesen, Betriebswirtschaft

Band 4 — Allgemeines über den Verwaltungsdienst

Band 5 — Aufbau und Ordnung des Verwaltungsdienstes; Postbeförderungswesen

Band 6a — Die Gesetze und Rechtsverordnungen des Post- und Fernmeldewesens
Postgesetz, Postscheckgesetz, PSchO, PSpO, Weltpostvertrag

Band 6b — Die Gesetze und Rechtsverordnungen des Post- und Fernmeldewesens
Die Postordnung, die Postzollordnung

Band 6c — Die Gesetze und Rechtsverordnungen des Post- und Fernmeldewesens
Fernmeldeanlagengesetz, Telegraphenwegegesetz, FO, TO, Internationaler Fernmeldevertrag; Ersatzpflicht aus dem Postbenutzungsverhältnis

Preis je Band 3,20 DM

Sämtliche Lehrwerke können bestellt werden bei

Deutsche Postgewerkschaft, Verlag GmbH

(16) Frankfurt (Main) - Savignystraße 43

Druck: Karl Brinkmann, Duisburg-Wanheimerort